

Ministerstvo školstva Slovenskej republiky

**VZDELÁVACÍ ŠTANDARD
S EXEMPLIFIKAČNÝMI ÚLOHAMI
Z MATEMATIKY
PRE STREDNÉ ODBORNÉ UČILIŠTIA
Nadstavbové štúdium**

Vypracovala: PaedDr. Monika Reiterová

Recenzenti: RNDr. Milada Kmeťová, SOU strojárske Bratislava
Mgr. Lýdia Kobanová, SOU Bardejov

Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 7. augusta 2007 pod číslom CD-2007-13534/31331-6:092 s platnosťou od 1. septembra 2007 začínajúc 1. ročníkom.

ÚVOD

Vzdelávací štandard z matematiky pre stredné odborné učilištia s nadstavbovým štúdiom zahŕňa požiadavky na vedomosti, zručnosti, postoje a hodnoty získané počas štúdia v trojročných učebných odboroch a na to nadväzujúcom nadstavbovom štúdiu. Vzdelávací štandard z matematiky pre stredné odborné učilištia s nadstavbovým štúdiom patrí medzi základné pedagogické dokumenty slúžiace spolu s učebným plánom a učebnými osnovami na riadenie a reguláciu výchovy a vzdelávania v predmete matematika.

Zmyslom vzdelávacieho štandardu z matematiky pre odbory stredných odborných učilišťa je koordinovať rozsah a úroveň vyučovania matematiky tak, aby sa neobmedzovala osobnosť učiteľa a jeho tvorivý prístup k vyučovaniu matematiky.

Predkladaný vzdelávací štandard určuje úroveň, rozsah a hĺbku vedomostí v jednotlivých tematických celkoch. Snaží sa dôsledne mapovať súčasný stav vyučovania matematiky. Predpokladom je, že vzdelávacie štandard z matematiky sa budú pravidelne upravovať na základe konkrétnych skúseností učiteľov pôsobiacich na stredných odborných učilištiach.

Tento vzdelávací štandard má základné učivo postavené na hodinovú dotáciu štyri hodiny týždenne za celé nadstavbové štúdium. Pre učebné odbory s vyššou hodinovou dotáciou je pripravené rozširujúce učivo v podobe modulov, ktoré si vyučujúci resp. predmetová komisia zvolí podľa zamerania odboru, prípadne potreby.

1 ALGEBRA

1.1 VÝRAZY

OBSAH

Výraz, číselný výraz, konštanta, premenná, výraz s premennou, obor definície výrazu, hodnota výrazu, opačný výraz, početové operácie s celistvými výrazmi, rozklad výrazov na súčin vynímaním pred zátvorku, použitie vzorcov $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, lomené výrazy, krátenie a rozširovanie lomených výrazov, početové operácie s lomenými výrazmi, úpravy výrazov.

Mocnina, exponent, základ mocniny, odmocnina, mocniny s prirodzeným, celočíselným a racionálnym exponentom, početové operácie s mocninami, početové operácie s odmocninami.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Zapišat' výraz

1. Rovnoramenný pravouhlý trojuholník má preponu s dĺžkou n cm a odvesnu o 5 cm dlhšiu ako je polovica prepony. Vypočítajte obvod a obsah tohto trojuholníka.
2. Eva má x €. Jana má trikrát menej ako Eva, Peter má o 5 € viac ako Jana a Jožko má dvakrát viac ako Peter. Koľko eur majú všetci spolu?

♦ Robit' početové operácie s výrazmi

3. Vypočítajte:

a) $(4a^2 + 2ab - b^2) - (-a^2 + b^2 + 2a^2)$

b) $\frac{2}{3}a + \frac{1}{4}a$

c) $(3a^2 + 5a - 16) - (9a^2 - 5a + 14)$

$$\begin{array}{lll} \text{d)} \frac{a-5}{b^2+2b+1} & \text{e)} \frac{4-c}{c^2-1} & \text{f)} \frac{2x}{y^2-7y} \\ \text{g)} \frac{x}{2a-1} & \text{h)} \frac{-9y}{5x^2-20x+20} & \text{i)} \frac{b-1}{(a+3)\cdot(2a-4)} \end{array}$$

13. Pre ktoré x nemá výraz $\frac{x+7}{x-3}$ zmysel?

♦ Rozširovať, krátiť, sčítovať, odčítovať, násobiť, deliť lomený výraz

14. Rozšírte lomené výrazy výrazom v zátvorke:

$$\text{a)} \frac{x-5}{2} [5] \quad \text{b)} \frac{2x-3}{x+5} [4-x] \quad \text{c)} \frac{a+b}{a-b} [a+b]$$

15. Upravte výrazy:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{x-1}{4x+4} - \frac{x+2}{8x-8} & \text{b)} \frac{a-1}{a^2+a} - \frac{1}{2a-2} - \frac{1}{2a+2} \\ \text{c)} \frac{2}{x-3} + \frac{3}{x+2} - \frac{4x-7}{x^2-x-6} & \text{d)} \frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} + \frac{4x^2}{x^2-y^2} \end{array}$$

16. Zjednodušte:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (a^2-4a) \cdot \frac{a}{a^2-16} & \text{b)} (a-b) \cdot \frac{a-b}{a^2-2ab+b^2} \\ \text{c)} \frac{5a^4b^3}{4x^2y} \cdot \frac{16x^4y}{15a^7b^2} & \text{d)} \frac{2x^2}{x-y} \cdot (x^3-x^2y) \end{array}$$

17. Vydeľte:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{x^2-y^2}{2xy} : (x+y) & \text{b)} \frac{15ab}{z} : 3a^2 \\ \text{c)} \frac{16 \cdot (a-b)^2}{45a^2-45b^2} : \frac{4a-4b}{5a+5b} \end{array}$$

18. Určte najmenší spoločný násobok výrazov:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 3a; 6b & \text{b)} 6x-4; 9x-6 & \text{c)} xy-x; y^2-1 \\ \text{d)} 5x-5y; 8y-8x & \text{e)} a^2-1; a^2+2a+1 & \end{array}$$

♦ Určiť hodnotu výrazu

19. Je daný výraz $\frac{20-4x}{5x}$.

- a) Vypočítajte jeho hodnotu pre $x = -2$.
b) Pre ktoré x sa výraz rovná 0?

20. Je daný výraz $\frac{5x+2}{x-6}$. Zistite, pre ktoré x :

- a) sa výraz rovná 3.
b) výraz nemá zmysel.
c) sa výraz rovná 0.

21. Určte hodnotu výrazov pre dané konkrétne reálne čísla:

$$\text{a) } \frac{x+y}{x-y} \quad \text{pre } x = 4\frac{3}{4}, \quad y = 5\frac{5}{8}$$

$$\text{b) } \frac{x^2-4}{x+2} \quad \text{pre } x = 0,6$$

$$\text{c) } \frac{a^2-4}{b(a+2)-(a+2)} \quad \text{pre } a = 3, \quad b = -\frac{3}{4}$$

◆ **Počítat' s mocninami**

22. Vypočítajte:

$$\text{a) } 5^5 \cdot 2^5$$

$$\text{b) } 3^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 5^{-2}$$

$$\text{c) } 1000^4 : 100^4$$

$$\text{d) } 70^3 : 7^3$$

$$\text{e) } \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

23. Umocnite:

$$\text{a) } (-7^3)^{-1}$$

$$\text{b) } (0,3^{-1})^2$$

$$\text{c) } (5^3 \cdot 5^{-4} \cdot 3^2 \cdot 3^{-2})^{-1}$$

$$\text{d) } \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^{-3}\right)^{-2}$$

$$\text{e) } \left(\frac{2xy^3}{3z^4}\right)^2$$

24. Vypočítajte:

$$\text{a) } x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{5}} \cdot x^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{b) } 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{2}{5}}$$

$$\text{c) } y^{\frac{3}{4}} : y^{\frac{3}{8}}$$

$$\text{d) } (5^2)^{\frac{2}{3}}$$

25. Upravte:

$$\text{a) } 5 \cdot x^{\frac{7}{10}} \cdot x^{\frac{2}{5}} \cdot 2x^{\frac{15}{14}} : x^{\frac{9}{28}}$$

$$\text{b) } \left(x^{\frac{3}{4}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} : \left(x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

◆ **Počítat' s odmocninami ako s mocninami s racionálnym exponentom**

26. Premenu na mocniny s racionálnym exponentom vypočítajte:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[12]{x^{11}}}$$

$$b) \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[12]{a^5}}$$

$$c) \frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b^{-1}}}{\sqrt[6]{ab}}$$

1.2 ROVNICE, NEROVNICE A SÚSTAVY

1.2.1 LINEÁRNE ROVNICE, NEROVNICE A ICH SÚSTAVY

OBSAH

Lineárna rovnica, lineárna nerovnica, ekvivalentné úpravy, definičný obor rovnice, koreň rovnice, množina riešení rovnice, skúška správnosti, sústava dvoch lineárnych rovníc, sústava dvoch lineárnych nerovnic, slovné úlohy typu zmesi, spoločná práca, pohyb, percentá.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Ekvivalentnými úpravami riešiť lineárne rovnice

1. Riešte lineárne rovnice v \mathbb{R} a urobte skúšku správnosti:

a) $9 \cdot (x - 4) - 5x = x - 12$

b) $(3y - 7) \cdot (9 + 4y) = (6y - 1) \cdot (5 + 2y)$

c) $\frac{5}{4}x - \frac{4}{3}x = \frac{5}{6} \left(3 + \frac{x}{5} \right)$

d) $\frac{3x - 8}{6} - \frac{6 - 3x}{5} = x - 2,5$

e) $6,3x + 2,5 \cdot (2 - 3x) = 3 \cdot (1,2 - 0,6x) + 1,1$

f) $(3n - 1) \cdot (1 - n) = (n - 1) \cdot (3 - n) - 2n^2 - 2n$

♦ Riešiť lineárne rovnice s neznámou v menovateli

2. Riešte rovnice s neznámou v menovateli, určte podmienky a urobte skúšku správnosti:

a) $\frac{x - 1}{3x + 2} + \frac{5}{2} = 2$

b) $\frac{2n - 3}{6 - 4n} = -\frac{1}{2}$

c) $\frac{y + 4}{y - 4} + \frac{y + 6}{y - 6} = 2$

d) $\frac{\frac{x}{5} - \frac{1}{2}}{x - 3} = \frac{3}{10}$

♦ Riešiť lineárne nerovnice a zapísať množinu riešení

3. Riešte nerovnice v množine prirodzených čísel \mathbb{N} :

a) $\frac{4x - 3}{5} < \frac{3x - 4}{2} - \frac{2x - 5}{3}$

b) $x + 3 \cdot (x - 5) \geq \frac{x - 1}{2} - 5 \cdot (2x + 3)$

4. Riešte lineárne nerovnice v \mathbb{R} a riešenia zapíšte intervalom:

a) $x - 2 > 3 \cdot (2x - 19)$

b) $2y + 7 \leq 5y - 3 \cdot (2 - y)$

c) $(6x - 5) \cdot (x - 2) - (3x - 1) \cdot (2x - 3) < 4$

5. Určte všetky reálne čísla x , pre ktoré platí: ak k dvojnásobku čísla x pripočítam tretinu x , dostanem číslo menšie, ako keď k polovici x pripočítam číslo x zmenšené o 5 a potom vynásobené 4.

◆ **Riešiť sústavu lineárnych nerovnic**

6. Riešte sústavu lineárnych nerovnic v množine \mathbb{R} :

a) $3 - 2x > 4x + 1; x + 6 > 4 - 2x$

b) $2x + 1 < \frac{x+3}{2} \leq \frac{3x+7}{4} + x$

7. Riešte sústavu lineárnych nerovnic v množine \mathbb{N} :

$$\frac{7x-1}{3} + 6 < 5x - \frac{5+3x}{2}$$

$$x + 7 - \frac{2x-6}{5} > \frac{11+3x}{2}$$

◆ **Efektívne riešiť sústavu dvoch lineárnych rovníc**

8. Riešte sústavu lineárnych rovníc a urobte skúšku správnosti:

a) $3x + 2y = 4$

$$x - y = 8$$

c) $\frac{c-2}{3} - \frac{d-3}{5} = 3$

$$\frac{c+3}{4} - \frac{d+1}{3} = 4$$

b) $1,8x - 3,1y - 6,2 = 0$

$$6,3x + 0,6y + 1,2 = 0$$

d) $\frac{x+3}{x+1} = \frac{y+8}{y+5}$

$$\frac{2x-3}{10x-12} = \frac{y+1}{5y+7}$$

◆ **Matematizácia slovnej úlohy, riešiť rôzne typy slovných úloh vedúcich k riešeniu rovníc, nerovnic a ich sústav**

9. Pokladník priniesol z banky 520 € v 38 bankovkách, sčasti dvadsaťeurových a sčasti päťeurových. Koľko bolo ktorých bankoviek, ak iné nepriniesol?
10. Prvý robotník by natrel plot za 12 hodín, druhý za 8 hodín. Za aký čas natrú plot spoločne?
11. Továrň A vybaví objednávku za 9 mesiacov, továrň B za 6 mesiacov. Keby pracovali spoločne s továrňou C, vybavili by objednávku za 2 mesiace. Za koľko mesiacov by vybavila objednávku továrň C sama?
12. Tri podniky mali rovnaký plán výroby televízorov. Podnik A prekročil plán o 20 %, podnik B o 15 % a podnik C o 10 %. Takto spolu vyrobili 4 140 televízorov. Koľko televízorov mal každý podnik vyrobiť podľa plánu a koľko skutočne vyrobil?
13. Do nádrže priteká voda kohútikom, ktorým sa naplní za 36 minút. Odtokovým otvorom sa plná nádrž vyprázdni za 40 minút. Za aký čas sa nádrž naplní, ak bude voda súčasne pritekať aj odtekať?
14. Nákladné auto ide priemernou rýchlosťou 20 km/h z Nitry do Banskej Bystrice. Súčasne s ním ide autobus priemernou rýchlosťou 30 km/h. Autobus prišiel do Banskej Bystrice o 2 hodiny skôr ako nákladné auto. Ako ďaleko je z Nitry do Banskej Bystrice?
15. O 7.00 hodine vyjde nákladné auto z mesta A rýchlosťou 40 km/h. Oproti nemu z mesta B vyjde o 8.30 hodine osobné auto rýchlosťou 70 km/h. Vzdialenosť miest A a B je 225 km. O koľkej hodine a ako ďaleko od mesta A sa stretnú?

16. Zmiešaním 80 % liehu a 60 % liehu máme pripraviť 300 g 75 % liehu. Koľko gramov každého druhu liehu potrebujeme?

1.2.2 KVADRATICKÉ ROVNICE

OBSAH

Rovnica, sústava rovníc, neznáma, koeficienty, obor rovnice, koreň rovnice, riešenie rovnice (ako postup), množina riešení rovnice, skúška správnosti. Kvadratická rovnica, riešenie neúplných kvadratických rovníc, vzorec na riešenie kvadratickej rovnice. Počet koreňov a jeho súvis s diskriminantom.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ Efektívne riešiť všetky typy kvadratických rovníc

1. Riešte rovnicu, urobte skúšku:

a) $x^2 + 4x + 4 = 0$

b) $2x^2 = x$

c) $9x^2 - 81 = 0$

d) $x(x + 3) = 5x + 3$

e) $(2x - 3)^2 - 7(2x - 3) = 8$

f) $3(3x - 2) = (x + 4) \cdot (4 - x)$

2. Vypočítajte obvod kruhu, keď je jeho obsah $10,28 \text{ dm}^2$.

3. V pravouhlom trojuholníku je jedna odvesna o 1 cm kratšia ako prepona a druhá je o 2 cm kratšia ako prepona. Určte dĺžky strán trojuholníka.

◆ Poznať úlohu diskriminantu kvadratickej rovnice

4. Určte korene rovnice:

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$

b) $x^2 - 5x - 14 = 0$

c) $3x^2 - 7x + 7 = 0$

d) $49x^2 - 70x + 25 = 0$

e) $x^2 - 8x + 12 = 0$

f) $9x^2 - 7x + 5 = 0$

2.2.3 EXPONENCIÁLNE A LOGARITMICKÉ ROVNICE

OBSAH

Exponenciálna a logaritmická rovnica, neznáma, obor rovnice, koreň rovnice, riešenie rovnice (ako postup), množina riešení rovnice, dôsledková a ekvivalentná úprava, skúška správnosti riešenia exponenciálnej rovnice. Súvis vlastností exponenciálnych a logaritmických funkcií s riešením exponenciálnych rovníc, vety o logaritmoch.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ Správne riešiť základné exponenciálne rovnice a logaritmické rovnice prevedené na exponenciálne rovnice

1. Riešte v R:

a) $3^x = 9$

b) $2^{-x} = 8$

c) $2^{2x-1} = 8$

d) $2^x = -4$

e) $3^x \cdot 2^x = 216$

f) $6^x = 0$

g) $125 = 0,2^{x+1}$

h) $3^{2x} = 3$

2. Určte x , ak platí:

a) $\log_5 x = 0$

b) $\log_2 x = 2$

c) $\log x = -2$

d) $\log_4 x = -0,5$

3. Prepíšte na exponenciálnu rovnicu a riešte:

a) $\log_{\sqrt{2}} 8 = x$

b) $\log_3 27 = x$

c) $\log_5 \sqrt{125} = x$

d) $\log_8 \frac{1}{4} = x$

e) $\log_{\sqrt{10}} 10^6 = x$

f) $\log \sqrt[3]{100} = x$

g) $\log_x 16 = 4$

h) $\log_x 0,008 = -3$.

♦ **Pri výpočtoch vedieť používať vety o logaritmoch a mocninách**

4. Riešte rovnice:

a) $\frac{4^{x-1}}{8^{2x+1}} = 2^x$

b) $3^{x+2} \cdot 9^x = \frac{1}{27}$

c) $3 \log_2 x - 2 \log_2 x = 1 + \log_2 (x+1)$

5. Vypočítajte:

a) $\log_7 a + \log_7 \frac{1}{a}$

b) $\log_2 5 \cdot \log_5 2$

c) $3^{\log_3 2}$

d) $5^{\log_7 7}$

e) $\log_2 (\log_2 16)$

f) $\log_4 (\log_2 16)$

6. Určte logaritmy výrazov:

a) $2\pi r$

b) $\pi r^2 - 2r$

c) $\frac{4xy}{5n}$

d) $\frac{a^2 - b^2}{2a}$

e) $\frac{x}{8}$

f) $\frac{1}{4xy}$

g) $\sqrt[3]{a}$

h) $\left(\frac{nr}{2}\right)^2$

i) $x\sqrt{5}$

2.2.4 GONIOMETRICKÉ ROVNICE

OBSAH

Goniometrické lineárne rovnice. Goniometrické kvadratické rovnice. Súvislosť riešenia goniometrickej rovnice s jednotkovou kružnicou. Používanie základných vzťahov goniometrických funkcií na jednotkovej kružnici.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Správne riešiť základné goniometrické rovnice použitím vzťahov**

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x, \quad \frac{\cos x}{\sin x} = \operatorname{cotg} x, \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

1. Riešte rovnice: a) $\sin(x + 30^\circ) = -0,86$ b) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\begin{array}{ll} \text{c) } \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = 3 & \text{d) } \frac{\operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 2 + \sqrt{3} \\ \text{e) } \frac{\operatorname{cotg} x - 1}{\operatorname{cotg} x + 1} = 2 & \text{f) } \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1}{3} \end{array}$$

2. Riešte rovnice a vypíšte všetky korene:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 4\cos^2 x + 4\cos x = 3 & \text{b) } 2\sin^2 x + \sin x = 1 \\ \text{c) } \operatorname{tg}^2 x - 2 = \operatorname{tg} x & \text{d) } 2\operatorname{cotg}^2 x = 3\operatorname{cotg} x - 1 \end{array}$$

1.3 FUNKCIE

OBSAH

Funkcia ako predpis, priradenie, funkčná závislosť, definičný obor funkcie, obor funkčných hodnôt, graf funkcie.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Na konkrétnych príkladoch vysvetliť obsah pojmov funkcia, predpis funkcie, definičný obor funkcie, obor funkčných hodnôt, argument, funkčná hodnota a graf funkcie

1. V bale je 20 metrov látky. Jeden meter látky stojí 4 €.
 - a) Zostavte tabuľku závislosti ceny látky od dĺžky látky.
 - b) Nájdite predpis funkcie vyjadrujúcej cenu látky od dĺžky látky.
 - c) Určte definičný obor funkcie a obor funkčných hodnôt.
2. V sklade je 96 kg múky. Denne sa spotrebuje 8 kg múky.
 - a) Zostavte tabuľku závislosti zásoby múky v sklade od počtu dní.
 - b) Nájdite predpis tejto funkcie.
 - c) Na koľko dní vystačí zásoba múky?
 - d) Aká zásoba múky bude v sklade po piatom dni?
3. Daný je predpis funkcie $f : y = 3x + \frac{1}{2}$.
 - a) Vypočítajte $f(-4)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(0,2)$.
 - b) Zistite hodnotu x , ak $y = \{-3; \frac{1}{4}; 0; 18,4\}$.
 - c) Vytvorte tabuľku pre $x = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

1.3.1 LINEÁRNA FUNKCIA

OBSAH

Lineárna funkcia, konštantná funkcia, funkcia priamej úmernosti, predpis funkcie, graf funkcie, nulový bod, definičný obor funkcie, obor funkčných hodnôt, čítanie z grafu, využitie pri riešení slovných úloh.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Zostrojíte graf lineárnej funkcie a určíte jej vlastnosti

1. Zostrojte grafy funkcií, určte ich definičný obor, obor funkčných hodnôt, monotónnosť a priesečníky grafu s osami súradnicovej sústavy:

a) $p : y = 3x - 2$

b) $r : y = \frac{1}{2}x + 3$

c) $s : y = -4x + \frac{7}{2}$

2. Zostrojte grafy funkcií:

a) $f : y = 2x - 3$ $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

b) $g : y = 2x - 3$ $x \in (0, \infty)$

c) $h : y = 2x - 3$ $x \in (-2, 4)$

♦ **Zo slovnej úlohy napísať predpis funkcie a čítať z grafu funkcie**

3. Automat pracuje rovnakou rýchlosťou. Každú hodinu opracuje 6 súčiastok.

a) Vytvorte závislosť počtu opracovaných súčiastok každú hodinu od počtu smien (8 hodinových).

b) Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor a obor funkčných hodnôt.

4. Nádrž má objem 200 litrov. Do nádrže natečie každú minútu 8 litrov vody.

a) Vytvorte závislosť množstva vody v nádrži od počtu uplynutých minút.

b) Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor a obor funkčných hodnôt.

c) Čítajte z grafu: Za aký čas sa nádrž naplní?
 Koľko vody bude v nádrži po 15. minúte?
 Koľko minút bude trvať, kým bude v nádrži 96 litrov vody?

5. Na zhotovenie jednej skrutky spotrebuje automat 5 cm tyče. Tyč má dĺžku 1 meter.

a) Vytvorte závislosť dĺžky zvyšnej tyče od počtu vyhotovených skrutiek.

b) Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor a obor funkčných hodnôt.

c) Čítajte z grafu: Na koľko skrutiek sa spotrebuje polovica tyče?
 Koľko centimetrov tyče ešte zostane po zhotovení 20 skrutiek?

1.3.2 KVADRATICKÁ FUNKCIA

OBSAH

Kvadratická funkcia, členy kvadratickej funkcie, graf kvadratickej funkcie (parabola), definičný obor kvadratickej funkcie, obor funkčných hodnôt, monotónnosť, vlastnosti funkcie v závislosti od a , c , vrchol paraboly, priesečníky so súradnicovými osami.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Definovať kvadratickú funkciu, poznať jej definičný obor, obor funkčných hodnôt, určiť monotónnosť funkcie**

1. Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor, obor funkčných hodnôt, monotónnosť a súradnice vrcholu:

a) $f : y = x^2 - 2$

b) $g : y = x^2 - 5$

c) $h : y = x^2 + 2$

2. Narysujte graf funkcie:

a) $f : y = x^2 - 2x + 1$

b) $g : y = x^2 + 4x + 1$

c) $h : y = 2x^2 - 4x + 8$

d) $j : y = -5x^2 + 3x - 12$

3. Určte funkciu, ktorá vyjadruje závislosť obsahu štvorca od dĺžky strany štvorca. Narysujte graf, určte definičný obor, obor funkčných hodnôt a monotónnosť funkcie.

1.3.4 EXPONENCIÁLNE A LOGARITMICKÉ FUNKCIE

OBSAH

Funkčná závislosť, funkcia ako predpis (priradenie), definícia exponenciálnej funkcie, jej základné vlastnosti. Vplyv základu na priebeh exponenciálnej funkcie, graf exponenciálnej funkcie, funkcia $y = a^x$. Logaritmickej funkcie ako inverzná k exponenciálnej funkcii, jej vlastnosti.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Definovať exponenciálnu funkciu, poznať jej obor definície a obor funkčných hodnôt, určiť jej základné vlastnosti, načrtnúť graf**

1. Určte definičné obory a obory funkčných hodnôt funkcie, opíšte vlastnosti funkcie, načrtnite graf

a) $y = 0,5^x$,

b) $y = 2^x$

c) $y = 2^{-x}$

♦ **Vysvetliť na konkrétnych príkladoch súvislosť priebehu exponenciálnej a logaritmickej funkcie ako funkcií navzájom inverzných**

2. Dané sú funkcie $f_1(x) = 2^x$ a $f_2(x) = 2^{-x}$.

a) Načrtnite ich grafy a opíšte vlastnosti.

b) Načrtnite grafy funkcií, ktoré sú k daným funkciám inverzné (ak existujú).

c) Určte predpis inverzných funkcií a opíšte ich vlastnosti.

1.3.5 GONIOMETRICKÉ FUNKCIE

OBSAH

Funkcie $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$, definičný obor, obor funkčných hodnôt, grafy a základné vlastnosti goniometrických funkcií.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Definovať goniometrické funkcie sínus, kosínus, tangens a kotangens, poznať ich definičné obory, obory hodnôt, určiť hodnotu goniometrických funkcií ľubovoľného uhla na jednotkovej kružnici, na grafe a výpočtom s využitím kalkulačky**

1. Vyznačte na jednotkovej kružnici hodnoty $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$ pre $x \in \{30^\circ, 120^\circ, 225^\circ, 270^\circ\}$. Vyčísľte ich.

2. Rozhodnite, ktoré z čísel sú kladné a ktoré záporné.

a) $\sin 175^\circ$, $\cos 175^\circ$, $\operatorname{tg} 175^\circ$, $\operatorname{cotg} 175^\circ$

b) $\sin 299^\circ$, $\cos 299^\circ$, $\operatorname{tg} 299^\circ$, $\operatorname{cotg} 299^\circ$

3. Rozhodnite, či platia tieto rovnosti:

a) $\sin 80^\circ = \sin (-1000^\circ)$

b) $\cos (-999^\circ) = \cos 441^\circ$

c) $\operatorname{tg} 98^\circ = \operatorname{tg} 278^\circ$

d) $\operatorname{cotg} 42^\circ = -\operatorname{cotg} 318^\circ$

4. Veľkosť uhla je $-999^\circ 20'$. Určte jeho základný uhol.

5. Určte v stupňovej miere všetky x , ktoré vyhovujú rovnici :

a) $\sin x = y$, ak $y \in \left\{ 0, 1, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -1 \right\}$

b) $\operatorname{tg} x = y$, ak $y \in \left\{ 0, 1, -1, \sqrt{3}, -\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$

2 PLANIMETRIA

2.1 TROJUHOLNÍK

OBSAH

Pravouhlý trojuholník, Pytagorova veta, goniometrické funkcie ostrého uhla, zhodnosť a podobnosť trojuholníkov, Euklidove vety, sínusová a kosínusová veta.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Riešiť úlohy na základe zhodnosti a podobnosti trojuholníkov

1. Rozhodnite, či sú dané trojuholníky zhodné. Ak áno, napíšte, podľa ktorej vety sú zhodné.

a) $\triangle KLM$ a $\triangle ABC$

$$|KL| = 6 \text{ cm}, |LM| = 9 \text{ cm}, |\angle KLM| = 96^\circ$$

$$|AB| = 9 \text{ cm}, |AC| = 6 \text{ cm}, |\angle ABC| = 96^\circ$$

b) $\triangle OPR$ a $\triangle UVZ$

$$|OP| = 6,3 \text{ cm}, |OR| = 9,4 \text{ cm}, |\angle OPR| = 78^\circ 50'$$

$$|UV| = 6,3 \text{ cm}, |VZ| = 9,4 \text{ cm}, |\angle ZUV| = 78^\circ 50'$$

c) $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$

$$a = 5\frac{3}{7} \text{ cm}, |\angle ABC| = 65^\circ, |\angle ACB| = 48^\circ$$

$$l = 5\frac{3}{7} \text{ cm}, |\angle MKL| = 48^\circ, |\angle KLM| = 67^\circ$$

2. Vypočítajte výšku stromu, ktorý vrhá tieň dlhý 4,2 m, ak v tom istom čase vedľa stojaci človek vysoký 185 cm vrhá tieň dlhý 0,9 m.

3. Obvod trojuholníka je 0,6 m. Dĺžky jeho strán sú v pomere 3 : 4 : 5. Rozhodnite, či trojuholník je pravouhlý a vypočítajte veľkosti jeho vnútorných uhlov.

♦ Euklidove a Pytagorova veta

4. Vyslovte Euklidove a Pytagorovu vetu.

5. Pravouhlý trojuholník má odvesny $a = 126$, $b = 84$. Vypočítajte veľkosť ťažnice t_a .

6. Obdĺžnik má rozmery 5 cm a 3 cm. Štvorec má stranu dlhú 4 cm. Aký je pomer veľkostí ich uhlopriečok?
7. Ukážte, že trojuholníky, ktorých veľkosti strán sú dané trojice čísel sú pravouhlé:
 a) 3, 4, 5 b) 9, 40, 41 c) 12, 5, 13
 d) 8, 15, 17 e) 24, 7, 25
8. Pravouhlý trojuholník ABC má preponu $c = 20$ cm a výšku $v_c = 8$ cm. Aké veľké úseky vytína výška v_c na prepone?
9. Ak má pravouhlý trojuholník obsah 28 cm^2 a jedna odvesna meria 7 cm, aký má obvod?
10. Vypočítajte dĺžku ramena, dĺžku základne c a obsah rovnoramenného trojuholníka ABC , ak je daný obvod trojuholníka 112 cm a pomer dĺžky ramena b k dĺžke základne c je 5 : 6.
- ♦ **Vedieť použiť goniometrické funkcie pri riešení pravouhlého trojuholníka, sínusovú a kosínusovú vetu pri riešení všeobecného trojuholníka**
11. Daný je pravouhlý trojuholník ABC . Vypočítajte odvesny a , b , ak $c = 15$ cm, uhol $\beta = 40^\circ$.
12. Lanovka má priamu trať s dĺžkou 435 m a stúpa pod uhlom 40° . Aký je výškový rozdiel medzi hornou a dolnou stanicou?
13. Riešte trojuholník ABC , v ktorom $c = 56$, $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 40^\circ$.
14. Vypočítajte veľkosti uhlopriečok v rovnobežníku $ABCD$, v ktorom $|AB| = 35$, $|BC| = 16$, $|\angle ABC| = 65^\circ$.

3 STEREOMETRIA

3.1 VZÁJOMNÁ POLOHA BODOV, PRIAMOK A ROVÍN

OBSAH

Bod, priamka, rovina, vzájomná poloha dvoch priamok, priamky a roviny a dvoch rovín, rovnobežné premietanie.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

- ♦ **Určiť vzájomnú polohu dvoch priamok, priamky a roviny a dvoch rovín**
1. Daná je kocka $ABCDEFGH$. Zistite, či:
 a) body A, B, F, H ležia v jednej rovine
 b) body A, C, G, P ležia v jednej rovine, pričom bod P je stredom hrany EA
 c) body A, C a priamka DB ležia v jednej rovine
2. Daný je kváder $ABCDEFGH$. Zistite, či platí:
 a) bod G leží v rovine EFH
 b) úsečka FB leží v rovine HDB
 c) priamka HG neleží v rovine ABC
 d) priamky AH, EA ležia v jednej rovine
 e) roviny BCG a BGF sú totožné
 f) bod G nie je bodom priamky HC

3. Na modeli pravidelného štvorbokého hranola ukážte:
- dvojice rôznobežných priamok
 - dvojice mimobežných priamok
 - dvojice rovnobežných priamok
 - dvojice rovnobežných rovín
 - dvojice rôznobežných rovín
 - priamku a rovinu s ňou rovnobežnú
 - priamku a rovinu s ňou rôznobežnú
4. Daný je kváder $KLMNPRST$. Určte vzájomnú polohu:
- priamok PS, KM
 - priamok SM, PT
 - priamok KM, NL
 - rovín PST, PRS
 - rovín KNT, PRS
 - rovín NMS, LRP

♦ **Zobraziť telesá vo voľnom rovnobežnom premietaní**

5. Vo voľnom rovnobežnom premietaní zostrojte:
- kocku $ABCDEFGH$, ak $a = 5$ cm
 - kváder $ABCDEFGH$, ak $a = 4$ cm, $b = 6$ cm, $c = 5$ cm
 - pravidelný štvorboký ihlan $ABCDV$, ak $a = 4$ cm, $v = 6$ cm
 - valec, ak $r = 3$ cm, $v = 4,5$ cm
 - kužeľ, ak $r = 5$ cm, $v = 5,5$ cm

6. Zobrazte kocku a určte počet:
- stien
 - hrán
 - vrcholov
 - stenových uhlopriečok

7. Zobrazte pravidelný šesťboký hranol a určte počet jeho telesových uhlopriečok.

♦ **Vedieť zakresliť sieť telesa**

8. Narysujte sieť daného telesa:
- kocka, ak $a = 5$ cm
 - kváder, ak $a = 4$ cm, $b = 6$ cm, $c = 5$ cm
 - pravidelný štvorboký ihlan, ak $a = 4$ cm, $v = 6$ cm
 - valec, ak $r = 3$ cm, $v = 4,5$ cm
 - kužeľ, ak $r = 5$ cm, $v = 5,5$ cm

3.2 POVRCH A OBJEM TELIES

OBSAH

Povrch a objem kocky, kvádra, hranolov, valca, ihlana, kužeľa a gule. Premena jednotiek dĺžky, obsahu a objemu.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Vypočítat' povrch a objem kocky

1. Dve železné kocky s hranami 0,7 m a 0,9 m treba nahradiť jednou kockou tak, aby vzniknutá kocka mala rovnaký objem ako obe pôvodné kocky. Akú veľkú hranu bude mať vzniknutá kocka?
2. V jame tvaru kocky s hranou dlhou 2,5 m je nasypáný piesok. Koľko m^3 piesku je v jame, ak je naplnená do $\frac{3}{5}$ svojej hĺbky?
3. Steny a strop miestnosti tvaru kocky treba natrieť farbou. Koľko farby potrebujeme, ak 1 kg farby vystačí na natretie $6 m^2$ plochy?

♦ Vypočítat' povrch a objem kvádra

4. Koľko tehál potrebujeme na postavenie múru, ktorého výška je 270 cm, šírka 40 cm a dĺžka 10m, ak na $1 m^3$ treba 280 ks tehál?
5. Kváder má hrany, ktorého dĺžky sú v pomere 1 : 2 : 5 a jeho povrch je $1\,000 cm^3$. Určte dĺžky hrán kvádra.
6. Koľko m^2 dreva potrebujeme na obloženie stien izby, ktorá je vysoká 3,2 m dlhá 7 m a široká 5,5 m?
7. Bazén tvaru kvádra s rozmermi 8 m, 25 m, 3 m treba obložiť štvorcovými dlaždicami so stranou 10 cm.
 - a) Koľko dlaždíc treba na obloženie stien a dna bazéna?
 - b) Koľko eur budú stáť dlaždice na obloženie bazéna, ak 25 ks dlaždíc v balíku stojí 12,30 €?

♦ Vypočítat' povrch a objem kolmého hranola

8. Vypočítajte povrch a objem trojbokého hranola, ak výška $v = 5 cm$ a
 - a) podstava má tvar pravouhlého trojuholníka s odvesnami 2 m a 3 m.
 - b) podstava má tvar rovnoramenného trojuholníka, kde rameno má dĺžku 3,5 m a základňa meria 6 m.
9. Vypočítajte povrch a objem pravidelného šesťbokého hranola, ak podstavná hrana je 12 cm a výška je 35 cm.
10. Koľko m^3 betónu potrebujeme na postavenie stĺpa tvaru pravidelného štvorbokého hranola, ak $a = 6 cm$ a výška stĺpa má byť 2 m?

♦ Vypočítat' povrch a objem valca

11. Akú hmotnosť má 100 m hliníkového drôtu s priemerom $d = 3 mm$ a hustotou $\rho = 2,7 g \cdot cm^3$?
12. Určte spotrebu plechu na valcovú nádobu, ktorá má byť zhora otvorená. Priemer dna je 85 cm, výška 57 cm. Na odpad treba pripočítať 8 % materiálu.
13. Akú hmotnosť má betónový príklop studne kruhového tvaru s priemerom 1,2 m a hrúbkou príklopu 10 cm? $1 m^3$ betónu má hmotnosť 2 200 kg.
14. Miestnosť v hradnej veži má tvar valca s priemerom 2,9 m. Koľko bude stáť vybielenie miestnosti, ak za $1 m^2$ sa platí 0,74 €?

♦ **Vypočítat' povrch a objem ihlana**

15. Koľko plátna sa spotrebuje na zhotovenie stanu, ktorý má tvar pravidelného štvorbokého ihlana, ktorého hrana podstavy $a = 1,8$ m a výška $v = 1,7$ m. Na odpad počítajte 8 %.
16. Strechu tvaru pravidelného štvorbokého ihlana s výškou 8,4 m a podstavnou hranou 4,5 m treba pokryť plechom.
- Koľko m^2 plechu potrebujeme?
 - Koľko eur sa zaplatí pokrývačovi, ak od $1 m^2$ berie 9,65 €?

♦ **Vypočítat' povrch a objem rotačného kužeľa**

17. Strecha veže má tvar rotačného kužeľa s priemerom podstavy 15 m. Strana má od roviny podstavy odchýlku 35° . Vypočítajte spotrebu krytiny na túto vežu.
18. Rybník má rozlohu 2,5 ha. Jeho dno sa rovnomerne zvažuje ku stredu, kde je hĺbka 2,8 m. objem vody v rybníku môžeme určiť ako objem kužeľa s výškou 2,8 m a obsahom podstavy 2,5 ha.
- Vypočítajte objem vody v rybníku.
 - Za koľko hodín sa rybník vypustí, keď za 1 sekundu vytečie priemerne 9 hl vody?
19. Zo železnej tyče tvaru hranola s rozmermi 5,6 cm, 4,8 cm, 7,2 cm sa má vyrobiť rotačný kužeľ s čo najväčším objemom.
- Aký bude objem rotačného kužeľa?
 - Koľko percent bude tvoriť odpad?

♦ **Vypočítat' povrch a objem gule**

20. Železná guľa má hmotnosť 100 kg. hustota železa je $7\,600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Vypočítajte objem, povrch a priemer gule.
21. Koľko farby treba na natretie veže tvaru gule s priemerom 8 m, ak 1 kg farby postačí na $6 m^2$ plochy?

4 ANALYTICKÁ GEOMETRIA

4.1 VEKTOROVÁ ALGEBRA

OBSAH

Karteziánska sústava súradníc na priamke, v rovine. Bod a jeho súradnice. Stred úsečky a jeho súradnice, vzdialenosť dvoch bodov (dĺžka úsečky).

Definícia vektora, umiestnenie vektora (chápať vektor ako posunutie). Grafická interpretácia sčítania a odčítania vektorov, opačný vektor, jednotkový vektor, nulový vektor. Násobenie vektora reálnym číslom. Súradnice a veľkosť vektora, odchýlka vektorov a ich skalárny súčin.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

- ♦ **Na konkrétnych príkladoch vysvetliť obsah pojmov vektor, jednotkový vektor a umiestnenie vektora**

12. Určte chýbajúcu súradnicu vektora \mathbf{u} tak, aby bol kolmý na vektor \mathbf{v} : $\mathbf{u} = (2, u_2)$ a $\mathbf{v} = (1, 2)$.
13. Určte \mathbf{u} tak, aby jeho veľkosť bola 10 a pritom bol kolmý na vektor $\mathbf{v} = (-1, 2)$.
14. Sú dané vrcholy trojuholníka ABC . Určte veľkosti jeho vnútorných uhlov, ak $A[-2, 2]$, $B[-1, -3]$ a $C[4, 0]$.
15. Dané sú súradnice vektorov $\mathbf{a} = (3, -4)$, $\mathbf{b} = (-2, 3)$, $\mathbf{c} = (-10, 15)$, $\mathbf{d} = (-12, 16)$, $\mathbf{u} = (-2, u_2)$.
- a) Nájdite dvojice rovnobežných vektorov
- b) Určte chýbajúcu súradnicu \mathbf{u} tak, aby $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$.

4.2 LINEÁRNE ÚTVARY

OBSAH

Analytické vyjadrenie úsečky, polpriamky, priamky v rovine (parametrické vyjadrenie, všeobecný a smernicový tvar), smerový a normálový vektor priamky, smernica a smerový uhol priamky. Vzájomná poloha bodu a priamky, vzájomná poloha dvoch priamok, odchýlka priamok, vzdialenosť bodu od priamky (v rovine).

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Vypočítat' súradnice stredu úsečky

- Vypočítajte súradnice stredu úsečky AB , ak
 - $A[-1, 0]$, $B[3, -4]$
 - $A[-2, 3]$, $B[1, 8]$, $C[-2, 3]$
 - $A[-4, 7]$, $B[4, 7]$, $C[1, 4]$
- Vypočítajte súradnice bodu Y , ktorý je súmerný s bodom X podľa stredu S :
 - $X[2, 5]$, $S[1, 0]$
 - $X[2, 4]$, $S[2, 1]$, $C[3, 3]$
 - $X[4, -5]$, $S[-3, 2]$

♦ Vypočítat' vzdialenosť dvoch bodov a aplikovať to v konkrétnych situáciách

- Vypočítajte vzdialenosť bodov A, B , ak je dané:
 - $A[-4, 2]$, $B[-3, 5]$
 - $A[-0, 5]$, $B[0, 1]$, $C[1, 2]$
- Podľa dĺžok strán rozhodnite, či daný trojuholník ABC je všeobecný, rovnoramenný, rovnostranný alebo pravouhlý:
 - $A[-1, 1]$, $B[3, -2]$, $C[2, 2]$
 - $A[-2, 3]$, $B[15, 7]$, $C[10, 13]$
 - $A[-3, 8]$, $B[3, 3]$, $C[8, 9]$
 - $A[3, -2]$, $B[4, 0]$, $C[7, -4]$
- Na osi y nájdite bod Y tak, aby mal od bodu $A[-6, 5]$ vzdialenosť 10.

- ◆ **Vysvetliť pojmy smerový uhol priamky, smerový a normálový vektor priamky, normálový vektor roviny a využívať ich vzájomné prepojenie**
6. Určte smerový a normálový vektor priamky:
 - a) AB , ak $A[1, 1], B[5, 3]$
 - b) KL , ak $K[1, 5], L[-2, 4]$.
 7. Vypočítajte smernicu a smerový uhol priamky, ktorá prechádza bodmi:
 - a) $A[-1, -2], B[2, 1]$
 - b) $K[-3, 1], L[1, -3]$
 8. Nájdite druhú súradnicu bodu B tak, aby priamka prechádzajúca bodmi $A[-5, -1], B[-2, y]$ mala smernicu $k = \frac{5}{6}$.
- ◆ **Napísať všeobecnú rovnicu a analytické vyjadrenie priamky danej dvoma bodmi a využiť predchádzajúce poznatky**
9. Napíšte parametrické vyjadrenie, všeobecnú rovnicu a smernicový tvar priamky určenej bodmi:
 - a) AB , ak $A[-7; 8], B[3; -2]$
 - b) RS , ak $R[-2, -1], S[-1, 3]$
- ◆ **Vzájomná poloha bodu a priamky, vzájomná poloha dvoch priamok uhol, kolmosť, rovnobežnosť**
10. Zistite, či ležia na jednej priamke body $A[2; 1], B[1; -3], C[3; 5]$.
 11. Ktoré z bodov $A[1, 6], B[3, -2], C[4, 3], D[-2, 0]$ ležia na priamke danej rovnicou $2x - y + 4 = 0$?
 12. Zistite vzájomnú polohu priamok. Ak sú rôznobežné, zistite súradnice priesečníka:
 - a) $p: 10x + 12y + 1 = 0, q: 6x - 4y + 3 = 0$
 - b) $p: x = -6 + 7t$
 $y = 9 + 2t, t \in \mathbb{R} \quad q: 2x - 7y + 30 = 0$

5 KOMBINATORIKA

OBSAH

Variácie, permutácie (poradia), kombinácie. Vlastnosti faktoriálu, počítanie s faktoriálom. Kombinačné číslo.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

- ◆ **Riešiť jednoduché kombinatorické úlohy systematickým vypísaním všetkých možností s využitím vhodného organizačného princípu**
1. Koľko trikolór môžeme zostaviť zo 7 spektrálnych farieb?

2. V behu na 100 m o poradi na prvých troch miestach medzi 18 pretekármi rozhodla cieľová kamera. Určte počet všetkých možností v akom poradi stáli na stupni víťazov prví traja. Predpokladáme, že každý mal iný čas.
3. Koľko 5 ciferných čísel bez opakovania môžeme vytvoriť z číslíc 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
4. Vypočítajte, koľko je možností zostaviť rozvrh hodín pre jednu triedu na jeden deň z 9 predmetov, ak sa má vyučovať 5 hodín a každú hodinu sa bude učiť iný predmet.

♦ **Vysvetliť pojem faktoriál a kombinačné číslo a vedieť ich vyčísliť**

5. Vypočítajte : $\frac{8!}{5!}$, $\frac{9! \cdot 3!}{5!}$, $\frac{5! \cdot 4!}{6!}$, $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$,
6. Porovnajte podľa veľkosti : $\binom{10}{3}$, $\binom{10}{2}$, $\binom{10}{0}$, $\binom{10}{9}$, $\binom{10}{5}$

7. Riešte výrazy s faktoriálom:

$$\text{a) } \frac{(n+2)!}{n!} - 2 \frac{(n+1)!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!} \qquad \text{b) } \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-2)!} - \frac{(n-2)!}{(n-3)!}$$

♦ **Riešiť zložitejšie kombinatorické úlohy rozložením na jednoduchšie úlohy využitím kombinatorického pravidla súčtu a súčinu, či pomocou základných vzorcov pre počet variácií, permutácií a kombinácií**

8. Šesť družstiev hrá turnaj systémom každý s každým. Koľko zápasov odohrajú?
9. Koľkými spôsobmi môžeme z 12 dievčat a 10 chlapcov vytvoriť tanečný pár chlapec a dievča?
10. Náhrdelník má 16 rôznofarebných guľôčok. Koľko je možností urobiť z nich náhrdelník?
11. Na škole s 20 triedami bude lekárska prehliadka v 4 náhodne vybraných triedach. Koľko rôznych spôsobov výberu tried môže nastať?
12. Vo vysokohorskom tábore je 10 horolezcov. Koľko je možností vytvoriť 3-členné družstvo pre výstup na hlavný vrchol?

6 PRAVDEPODOBNOŠŤ

OBSAH

Jav, pravdepodobnosť javu, náhodný jav, istý jav, nemožný jav.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Poznať a vedieť určiť na konkrétnych príkladoch obsah pojmov náhodný jav, istý jav, nemožný jav, opačný jav**

1. V nasledujúcich situáciách rozlíšte náhodné pokusy od náhodných javov :
hod kockou, vyžrebovanie čísla, vybratie žrebu (5-miestne číslo), padnutie 6 pri hode kockou.

2. Z 24 žiakov majú byť žrebom určení 7 žiaci, ktorí sa zúčastnia divadelného predstavenia. Určte počet všetkých možných výsledkov žrebovania.
3. Aká je pravdepodobnosť, že pri hode hracou kockou padne násobok trojky?
4. Aká je pravdepodobnosť, že študent správne odpovie aspoň na 5 otázok, keď test obsahuje 16 otázok a na každú z nich sú možné 4 odpovede?
- ♦ **Aplikovať základný vzorec pre výpočet pravdepodobnosti javu, ktorého počet je možné určiť jednoduchým výpočtom alebo kombinatorickou úvahou**
5. Aká je pravdepodobnosť, že študent správne odpovie aspoň na 5 otázok, keď test obsahuje 16 otázok a na každú z nich sú možné 4 odpovede?
6. Zo 100 vyrobených súčiastok vyberáme na kontrolu 20. Medzi 100 súčiastkami je 15 nepodarkov. Aká je pravdepodobnosť, že vyberieme:
 - a) 18 dobrých súčiastok
 - b) 15 bude nepodarkov a 5 bude dobrých súčiastok?
7. Z 20 broskýň sú dve nahnité. Aká je pravdepodobnosť, že pri výbere dvoch broskýň nebude ani jedna nahnitá?
8. Štátna lotéria vydala 100 000 žrebov. Jeden žreb vyhráva milión eur, 5 žrebov má výhru po 100 000 eur, 20 žrebov má výhru po 20 000 eur a tisíc žrebov má výhru po 10 €. Aká je pravdepodobnosť, že po zakúpení jedného žrebu vyhráme?
9. V LOTTO žrebujú 5 čísel z celkového počtu 35 čísel. Aká je pravdepodobnosť, že uhádneme všetkých 5 čísel a vyhráme prvú cenu?

7 ŠTATISTIKA

OBSAH

Štatistický súbor, znak, rozsah súboru, absolútna a relatívna početnosť. Priemerná hodnota, aritmetický, vážený priemer. Modus, medián. Tabuľka rozdelenia početnosti, histogram, variačné rozpätie.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

- ♦ **Charakterizovať na konkrétnych príkladoch pojmy štatistický súbor, štatistická jednotka a znak. Určiť rozsah daného štatistického súboru.**
1. Pri športovej strelbe z malorážky v jednej sérii sa dosiahli tieto výsledky : 9, 9, 8, 9, 10, 7, 8, 9, 9, 10. Určte priemerný výsledok.
 2. V súbore, ktorého jednotkami sú žiaci vašej triedy, urobte štatistický výskum, určte rozsah tohto súboru a zistite hodnoty týchto znakov: pohlavie, výška postavy, váha (hmotnosť), nosí okuliare (áno - nie).
 3. Pri meraní výšky študentiek v 3.A triede namerali tieto hodnoty: 1,75; 1,60; 1,78; 1,65; 1,62; 1,60; 1,73; 1,78; 1,80; 1,62; 1,64; 1,70; 1,81; 1,75; 1,62; 1,59. Vypočítajte aritmetický priemer a vážený aritmetický priemer výšky študentiek.
 - ♦ **Vykonať triedenie štatistického súboru podľa kvalitatívneho, alebo kvantitatívneho znaku. Určiť absolútne a relatívne početnosti znakov (tried) a zostaviť tabuľku početnosti. Graficky znázorniť rozdelenie početnosti.**
 4. Pri polročnom vysvedčení v triede s 25 žiakmi boli takéto výsledky:

Prospech	Početnosť
Prospel s vyznamenaním	4
Prospel veľmi dobre	8
Prospel	12
Neprospel	1

Určte relatívne početnosti jednotlivých znakov. Rozdelenie početnosti znázornite graficky.

5. V tabuľke je uvedené rozdelenie početnosti žiakov v jednej triede podľa známky z matematiky.

Známka	Početnosť
1	3
2	10
3	15
4	5
5	0

Určte rozsah tohto súboru a relatívne početnosti jednotlivých znakov. Rozdelenie početnosti znázornite graficky.

6. Pri zisťovaní počtu maloletých detí v 20 domácnostiach sme dostali výsledky : 0, 0, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 4. Usporiadajte údaje do tabuľky. Vypočítajte relatívnu početnosť a vyjadrite zastúpenie jednotlivých variantov štatistického znaku v percentách.

♦ **Vypočítať priemer, vážený priemer, modus, medián, variačné rozpätie**

7. Vypočítajte aritmetický priemer, medián, modus a variačné rozpätie zo súboru hodnôt: 8,2; 8,3; 8,5; 8,1; 8,2; 8,7; 8,2; 8,4; 8,7;
8. Dvaja pretekári v skoku do diaľky mali tieto série výsledkov v cm :
 1. pretekár 724, 733, 728, 710, 712, 726, 731
 2. pretekár 741, 721, 728, 720, 706, 716, 726
 Podľa variačného rozpätia posúďte, ktorý pretekár podal vyrovnanejší výkon.
9. Súborom je 20 zamestnancov. Znakom je ich ročný príjem (v tisícoch Sk), rozdelenie početnosti je v tabuľke. Určte priemerný mesačný príjem zamestnanca, modus a medián.

ročný príjem	130	138	242	150	155	264
početnosti	4	6	3	5	1	1

10. Určte aritmetický a vážený aritmetický priemer čísel: 2, 9, 12, 5, 3, 3, 9, 10, 11, 5, 9, 9, 2, 2, 6, 9, 5.
11. Žiaci 3.B sa zaviazali odpracovať na úprave školy 532 brigádnických hodín. Žiakov bolo 32. Rozdelenie udáva tabuľka.

Počet odpracovaných hodín	12	14	10	13	15	19	22	25
Počet žiakov	2	3	5	4	8	3	4	3

Určte všetky veličiny (priemer, vážený priemer, atď...).

ROZŠIRUJÚCE UČIVO

ZOBRAZENIA

OBSAH

Zhodné a podobné zobrazenia v rovine (osová a stredová súmernosť, otáčanie, posúvanie, identita, rovnol'ahlosť), obraz úsečky, priamky a kružnice v jednotlivých zobrazeniach, samodružné body a útvary, stred a os súmernosti útvaru.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Geometrické zobrazenia

1. Vymenujte všetky zhodné zobrazenia v rovine a opíšte ich.
2. Určte samodružné body a charakterizujte ich v:
 - a) osovej súmernosti
 - b) stredovej súmernosti
 - c) posunutí
 - d) otáčaní
 - e) rovnol'ahlosti
3. Daný je rovnostranný trojuholník KLM . Určte všetky osové súmernosti, v ktorých je tento trojuholník samodružný.
4. Určte všetky stredy a osi súmerností nasledujúcich útvarov:
 - a) štvorec
 - b) obdĺžnik
 - c) kosoštvorec
 - d) kosodĺžnik
 - e) rovnostranný trojuholník
 - f) kružnica
 - g) šesťuholník
 - h) rovnoramenný lichobežník
 - i) rovnoramenný trojuholník

♦ Používanie viet o podobnosti a zhodnosti trojuholníkov pri výpočtoch prvkov geometrických útvarov

5. Vyslovte definíciu zhodnosti a podobnosti rovinných útvarov.
6. Vyslovte vety o zhodnosti a podobnosti rovinných geometrických útvarov.
7. Dom vrhá tieň dĺžky 9 m, tieň zvislej metrovej tyče má v tom istom čase dĺžku 1,5 m. Určte výšku domu za predpokladu, že slnečné lúče sú rovnobežné.
8. Zistite, ktoré z trojuholníkov XYZ , XDZ a YZD sú podobné, keď v pravouhlom trojuholníku XYZ s pravým uhlom pri vrchole Z je zostrojená výška ZD .
9. Určte mierku mapy, ak trojuholníkové pole s rozmermi 162,5 m, 117,5 m, 180 m je na mape zakreslené ako trojuholník so stranami 6,5 mm, 4,7 mm, 7,2 mm.
10. Zostrojte obraz trojuholníka ABC v rovnol'ahlosti H s koeficientom λ . Za stred rovnol'ahlosti zvolte postupne vnútorný bod trojuholníka ABC , bod na obvodě trojuholníka ABC a vonkajší bod trojuholníka ABC .
 - a) $\lambda = -1$
 - b) $\lambda = -2$
 - c) $\lambda = 2,5$

11. Pomocou redukčného uhla skráťte úsečky dĺžky 5 cm, 8 cm, 12 cm v pomere 3 : 1

♦ Konštrukčné úlohy riešené pomocou geometrických zobrazení

12. V posunutí $P[K, L]$ zobrazte 5-uholník $KLMNO \rightarrow K'L'M'N'O'$.

13. V otáčení $R(A, -60^\circ)$ zobrazte obdĺžnik $ABCD \rightarrow A'B'C'D'$.
14. V rovnoľahlosti $H(S; \lambda = 1,5)$ zobrazte štvorec $ABCD \rightarrow A'B'C'D'$, ak $S \in AB$.
15. V rovnoľahlosti $H(K; \lambda = -2)$ zobrazte $\Delta KLM \rightarrow \Delta K'L'M'$.
16. Daný šesťuholník otočte okolo zvoleného stredu o uhol 60° .
17. Do daného štvorca $ABCD$ vpište rovnostranný trojuholník, ktorého jeden vrchol leží na strane AB v danom bode X .

KUŽELOSEČKY

OBSAH

Analytické vyjadrenie kužeľosečiek. Rovnica kružnice, elipsy, hyperboly a paraboly (stredový a všeobecný tvar). Vzájomná poloha bodu a kužeľosečky, vzájomná poloha priamky a kužeľosečky. Rovnica dotyčnice kužeľosečky.

Riešenie geometrických úloh metódami analytickej geometrie.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ Analytické vyjadrenie kružnice, jej stredový a všeobecný tvar

1. Napíšte rovnicu kružnice so stredom $S [\sqrt{2}, -1]$ a polomerom $r = \sqrt{3}$. Zistite, či na nej leží bod $A [2\sqrt{2}, 0]$.
2. Napíšte rovnicu kružnice, ktorá má stred $S [6, 7]$ a prechádza bodom $A [0, 9]$.
3. Napíšte rovnicu kružnice, ktorej priemerom je úsečka AB , $A [0, 7]$, $B [4, 1]$.
4. Zistite, či nasledujúce rovnice sú rovnicami kružníc. V kladnom prípade určte stred i polomer kružnice a načrtnite ju:
 - a) $x^2 + y^2 - 6x + 5y + 6 = 0$
 - b) $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 1 = 0$
5. Napíšte rovnicu kružnice, ktorá prechádza začiatkom sústavy súradníc a bodom $A [2, 4]$ a má stred na osi x .
 - a) Nakreslite danú kružnicu.
 - b) Napíšte jej všeobecnú rovnicu.
 - c) Zistite, či úsečka AC je priemerom tejto kružnice, ak $C [8, -3]$.
6. Úpravou rovnice na stredový tvar rovnice kružnice zistite, či je rovnicou kružnice a určte jej základné prvky $k : x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$

♦ Klasifikovať analytickou metódou vzájomnú polohu priamky a kružnice

7. Určte číslo a tak, aby priamka $p : ax + 4y - 25 = 0$ bola sečnicou kružnice $k : x^2 + y^2 = 25$. Nájdite jej priesečníky s kružnicou k . Zistite y -novú súradnicu bodu M , ak bod $M [3; y_M]$ leží na kružnici.
8. Nájdite spoločné body kružnice danej rovnicou $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ a priamky $p : 2x - y - 8 = 0$.
9. Určte dotyčnicu kružnice k v jej bode T .
 - a) $k : x^2 + y^2 = 25$, $T [x, -4]$
 - b) $k : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$, $T [-4, y]$

10. Ktorá kružnica so stredom v bode $S[-4, 0]$ sa dotýka priamky $t: x - y = 0$?

◆ **Analytické vyjadrenie elipsy, jej stredový a všeobecný tvar**

11. Elipsa má hlavnú poloos $a = 5$, vedľajšiu poloos $b = 3$ a $S[-3, 2]$.

- Napište osovú a všeobecnú rovnicu elipsy, ak jej hlavná os je rovnobežná s osou x .
- Zistite, či bod $M[5, -1]$ leží na elipse.
- Vypočítajte súradnice oboch jej ohnísk a nakreslite ju.
- Zistite súradnice všetkých štyroch jej vrcholov A, B, C, D .

12. Zistite súradnice stredu S elipsy, veľkosti poloosí a, b , a excentricitu e elipsy
 $5x^2 - 30x + y^2 + 10y + 60 = 0$

13. Napište osovú rovnicu elipsy v stredovej polohe, ktorej dĺžka vedľajšej poloosi je 3 a vzdialenosť ohnísk je 6. Vypočítajte excentricitu.

◆ **Klasifikovať analytickou metódou vzájomnú polohu priamky a elipsy**

14. Daná je elipsa $x^2 + 4y^2 = 100$ a priamka $p: x + 2y - 14 = 0$

- Napište osovú rovnicu elipsy, obe jej poloosi a excentricitu.
- Zistite vzájomnú polohu priamky a elipsy. Ak majú priesečník, vypočítajte jeho súradnice.

15. Vyšetrite vzájomnú polohu elipsy $9x^2 + 25y^2 = 225$ a priamky $4x + 5y - c = 0$ pre

- $c = 26$
- $c = 25$
- $c = 24$

16. V rovnici priamky $t: x + 2y + c = 0$, nahraďte c tak, aby priamka t bola dotyčnicou k elipse z úlohy 14.

17. Vypočítajte súradnice dotykového bodu elipsy $4x^2 + 16y^2 = 64$ a dotyčnice $3x - y + 2 = 0$.

◆ **Analytické vyjadrenie hyperboly, jej stredový a všeobecný tvar**

18. Rovnica hyperboly je $25(x - 3)^2 - 16(y - 7)^2 = 400$.

Určte stred a poloosi a, b hyperboly, nájdite súradnice jej vrcholov, nakreslite hyperbolu a vypočítajte súradnice jej ohnísk E, F .

19. Hyperbola je určená ohniskami $E[-14; 5]$, $F[14; 5]$ a bodom $M[6; 20]$.

- Napište jej rovnicu.
- Zistite súradnice stredu hyperboly S , veľkosti poloosí a, b , excentricitu e . Určte, s ktorou súradnicovou osou je rovnobežná hlavná os.

◆ **Klasifikovať analytickou metódou vzájomnú polohu priamky a hyperboly**

20. K danej hyperbole $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$ ved'te dotyčnicu rovnobežnú s priamkou $x + y - 7 = 0$

21. Daná je hyperbola $16x^2 - 9y^2 = 144$ a priamka $p: 20x - 9y - 18 = 0$.

- Určte vzájomnú polohu priamky a hyperboly
- Napište rovnice asymptot hyperboly.
- Zistite súradnice stredu, ohnísk a vrcholov hyperboly.

22. Daná je hyperbola $4x^2 - y^2 = 36$ a priamka $5x - 2y + c = 0$. Určte, pre ktoré hodnoty parametra c je priamka sečnicou, pre ktoré je dotyčnicou, a pre ktoré c nemá s hyperbolou žiadny spoločný bod.

♦ **Analytické vyjadrenie paraboly, jej stredový a všeobecný tvar**

23. Napíšte vrcholovú rovnicu paraboly, ktorá má ohnisko v bode

a) $F [3, 0]$

b) $F [-2, 0]$

24. Nájdiť rovnicu paraboly, ktorá má vrchol v začiatku sústavy súradníc a prechádza bodmi $A[8, 3]$, $B[8, -3]$.

25. Daná je parabola $4y^2 - 20y - 24x - 47 = 0$. Vypočítajte súradnice vrcholu, ohniska a parameter a určte rovnicu určujúcej priamky.

26. Na parabole $(y + 1)^2 = 8(x - 2)$, nájdite bod, ktorého vzdialenosť od ohniska je $v = 20$.

♦ **Klasifikovať analytickou metódou vzájomnú polohu priamky a paraboly**

27. Zistite vzájomnú polohu paraboly $y^2 = 2x$ a priamky
 a) $x - y - 1 = 0$ b) $2x - 2y + 1 = 0$ c) $x - y + 1 = 0$
 V prípade, že majú spoločné body, vypočítajte ich súradnice.

28. Aká je veľkosť tetivy, ktorú vytína priamka $y = x - 2$ na parabole $y^2 = 8x$?

29. Akú smernicu musí mať priamka $y = kx + 2$, aby bola dotyčnicou paraboly $y^2 = 4x$?

POSTUPNOSTI

OBSAH

Postupnosť, spôsoby jej určenia (vrátane rekurentného). Monotónnosť, ohraničenosť a graf postupnosti.

Aritmetická a geometrická postupnosť, diferenciacia a kvocient, súčet prvých n členov postupnosti. Aplikácia poznatkov o postupnostiach pri riešení slovných úloh.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Poznať pojem postupnosť, symboliku, určiť ľubovoľný člen postupnosti, konečná a nekonečná postupnosť, spôsoby určenia postupnosti (vzorcom pre n -tý člen i rekurentne), znázorniť graficky**

1. Napíšte prvých päť členov danej postupnosti a jednotlivé postupnosti znázorníte graficky:

a) $\{2n\}$ b) $\{n(2 - n)\}$ c) $\left\{ \frac{1 + (-1)^n}{2} \right\}$.

2. Napíšte prvých 6 členov danej postupnosti, ak n -tý člen má tvar:

a) $a_n = -n + 2$

b) $a_n = \frac{n+1}{n}$

c) $a_n = 2^n - n$

3. Presvedčite sa, že čísla $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ možno považovať za prvé tri členy týchto dvoch rôznych postupností: $\left\{ \frac{1}{2n} \right\}, \left\{ \frac{1}{n^2 - n + 2} \right\}$.

4. Vyjadrite n -tý člen danej postupnosti:

a) $2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 4, \dots$

b) $3 \cdot 2, 3 \cdot 3, 3 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots$

c) $1, 3, 5, 7, \dots$

d) $1, -1, 1, -1, \dots$

e) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

5. Určte prvých 6 členov postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, ak je postupnosť daná rekurentne:

a) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2$

b) $a_1 = -2, a_{n+1} = 2a_n - 1$

c) $a_1 = 7, a_{n+1} = -a_n + 3$

d) $a_1 = 7, a_2 = -2, a_{n+1} = -2a_n + a_{n-1}$

e) $a_3 = 5, a_{n+1} = a_{n-3}$

f) $a_1 = -1, a_{n+1} = 2a_n$

6. Napíšte prvých šesť členov postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, ak je postupnosť daná rekurentne. Graficky znázornite:

a) $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$

b) $a_1 = 4, a_{n+1} = -a_n$

c) $a_3 = 2, a_{n+1} = a_n + 3$

d) $a_5 = 5, a_6 = 8, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

♦ **Určiť monotónnosť daných postupností, (využite grafy)**

7. Zistite, ktorá z daných postupností je rastúca a ktorá klesajúca:

a) $\{n \cdot (n-1)\}$

b) $\left\{ \frac{1}{n+1} \right\}$

c) $\left\{ -\frac{1}{n^2} \right\}$

d) $\{-3^n\}$

8. Ukážte graficky, že postupnosť:

a) $\{(-1)^n\}$

b) $\left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}$

nie je ani klesajúca ani rastúca.

♦ **Aktívne ovládať základné vzťahy aritmetickej i geometrickej postupnosti**

9. Určte, ktorá z daných postupností je aritmetická, resp. geometrická; potom určte jej diferenciu, resp. kvocient:

a) $\{3n - 4\}_{n=1}^{\infty}$

b) $\{2^{n+1}\}_{n=1}^{\infty}$

c) $\{2 - n\}_{n=1}^{\infty}$

d) $\left\{\frac{n+1}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$

10. V aritmetickej postupnosti:

a) $a_1 = 0,5, a_n = 18, s_n = 333$ určte n, d

b) $a_1 = 0, n = 11, a_n = 5$ určte d, s_n

c) $a_1 = 4, d = 3$, určte s_{15}

11. Vypočítajte a_1 a d aritmetickej postupnosti, ak je dané: $a_1 + a_5 = 24, a_2 + a_3 = 60$.

12. Do pokladničky, v ktorej je začiatočná hodnota 25 €, vkladáme každý mesiac o 5 € viac ako v predchádzajúci mesiac. Vypočítajte, po koľkých mesiacoch našetríme 1 000 €.

13. V geometrickej postupnosti vypočítajte hľadané hodnoty:

a) $a_5 = 40, a_6 = -4, q = ?, a_4 = ?$,

b) $q = 2, a_n = 8, s_n = 765, a_1 = ?, n = ?$

c) $a_1 = 1,5, n = 4, a_n = 96, q = ?, s_n = ?$

14. Napíšte prvý člen a diferenciu, resp. kvocient danej postupnosti:

a) $a_4 = 22, a_5 = 26$

b) $a_{30} = 20, a_{34} = -4$

c) $a_3 = 8, a_7 = 128$

d) $a_4 = -\frac{8}{3}, a_6 = -\frac{32}{3}$

15. Koľko prvých členov geometrickej postupnosti určenej $a_1 = 1, q = 2$ dáva súčet 511?

16. Medzi čísla 4 a 108 vložte také dve čísla, aby s danými číslami tvorili geometricnú postupnosť.

17. Určte také číslo, aby zväčšené postupne o 3, 7, 15 dalo tri za sebou idúce členy geometrickej postupnosti.

♦ **Aplikovať poznatky o postupnostiach v praktických úlohách, poznať najmä aplikáciu geometrickej postupnosti v situáciách s pravidelným rastom či poklesom veličín (úrokovanie, pôžičky, splátky, ...)**

18. Na koľko vzrastie vklad 10 000 € za tri roky, ak bol uložený na vkladnú knižku so 4 % -ným úrokom?

19. Pri každoročnej inventúre strojového zariadenia sa pravidelne odpisovalo 5 % z hodnoty stroja z predchádzajúceho roku. Akú pôvodnú cenu mal stroj, ktorého cena po 10 rokoch používania sa odhaduje na 3 200 €?
20. Stroj stráca každý rok 10 % svojej hodnoty. Aká bola jeho nákupná hodnota, ak po 13 rokoch mal hodnotu 568 €?
21. Mesto s 20.000 obyvateľmi malo v posledných rokoch priemerný prírastok obyvateľov 4 %. Približne koľko obyvateľov bude v meste o 5 rokov?

KOMBINATORIKA

OBSAH

Kombinačné číslo, vlastnosti kombinačných čísel. Pascalov trojuholník. Binomická veta.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

- ◆ **Vyčísliť hodnotu konkrétneho kombinačného čísla buď priamo z definície alebo pomocou vlastností Pascalovho trojuholníka**

1. Napíšte štvrtý riadok Pascalovho trojuholníka.
2. Vyjadrite 10 ako kombinačné číslo všetkými spôsobmi.
3. Vyjadrite jediným kombinačným číslom:

a) $\binom{12}{4} + \binom{12}{7}$

b) $\binom{20}{3} + \binom{20}{16}$

c) $\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{10}{2}$

- ◆ **Sformulovať a aktívne ovládať binomickú vetu**

4. Umocnite výraz:

a) $(x + 2)^5$

b) $(x + 2y)^3$

c) $(x - 1)^4$

d) $(\sqrt{5} - 1)^3$

5. Nájdite dané členy v nasledujúcich rozvojoch:

a) $(n + 3)^8$, 6-ty člen

b) $(a - 2b)^{10}$, 5-ty člen

OBJEM A POVRCH ZREZANÝCH HRANATÝCH A ROTAČNÝCH TELIES

OBSAH

Zrezaný ihlan, zrezaný kužeľ, časti gule, objem a povrch týchto telies.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

- ◆ **Vypočítať povrch a objem zrezaného ihlana**

1. Jama má tvar pravidelného štvorbokého zrezaného ihlana. Hrany podstáv sú 14 m a 10 m. Bočné steny zvierajú s menšou podstavou uhol 135° . Koľko m^3 zeminu sa vykopalo pri hĺbení jamy?
2. Vypočítajte objem pravidelného šesťbokého zrezaného ihlana, ak je dĺžka hrany dolnej podstavy 30 cm, hornej podstavy 12 cm. Dĺžka bočnej hrany je 41 cm.
3. Krabica má tvar pravidelného štvorbokého ihlana. Jej podstavné hrany majú dĺžku 30 cm a 20 cm. Výška krabice je 15 cm. Koľko cm^2 papiera budeme potrebovať na jej oblepenie?

♦ **Vypočítať povrch a objem zrezaných rotačných telies**

4. Povrch rotačného zrezaného kužeľa so stranou 13 cm je $510\pi \text{ cm}^2$. Určte polomery jeho podstáv, ak ich rozdiel je 10 cm.
5. Vypočítajte povrch guľového odseku, ak poznáte jeho objem $141,4 \text{ cm}^3$ a výšku 3 cm.
6. Objem guľového odseku, ktorého výška je 3 cm je $18,85 \text{ cm}^3$. Vypočítajte veľkosť polomeru jeho podstavy.
7. Plechový kryt tvaru guľového vrchlíka má byť zvonka pochrómovaný. Aký je obsah pochrómovanej plochy, keď $r = 1,5 \text{ dm}$ a $v = 6 \text{ cm}$?

STEREOMETRIA

OBSAH

Voľné rovnobežné premietanie, kolmosť rovín, prienik telesa a roviny – rez telesa.

POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Zobraziť teleso vo voľnom rovnobežnom premietaní**

1. Vo voľnom rovnobežnom premietaní zostrojte:
 - a) pravidelný šesťboký hranol, ak $a = 3 \text{ cm}$, $v = 4 \text{ cm}$
 - b) pravidelný štvorsten, ak $a = 4 \text{ cm}$
 - c) pravidelný zrezaný štvorboký ihlan, ak $a_1 = 5 \text{ cm}$, $a_2 = 3 \text{ cm}$, $v = 4 \text{ cm}$

♦ **Zostrojiť rez kockou**

2. Zostrojte rez kockou $ABCDEFGH$ rovinou KLM , ak

$$\text{a) } K \in AB, |AK| = \frac{1}{2}|AB|, L \in EF, |EL| = \frac{1}{4}|EF|, M \in CG, |CM| = \frac{1}{2}|CG|$$

$$\text{b) } K \in AB, |AK| = \frac{1}{2}|AB|, L \in AE, |EL| = \frac{1}{4}|AE|, M \in CG, |CM| = \frac{1}{2}|CG|$$

ODPORÚČANIA NA VYUŽITIE VZDELÁVACIEHO ŠTANDARDU

Vzdelávací štandard z matematiky má plniť viacero funkcií. Z hľadiska očakávaného prínosu pri zvyšovaní kvality vzdelávania je dôležitá regulačná funkcia pri riadení výchovno-vzdelávacieho procesu a kontrole jeho výsledkov.

Predmetové komisie by ho mali využívať pri navrhovaní rozsahu vyučovania matematiky v učebnom pláne školy, pri stanovovaní cieľov vyučovania matematiky so zreteľom na požiadavky vo vzdelávacom štandarde a pri výbere metód, prostriedkov a foriem priebežného, tematického a komplexného overovania a hodnotenia vedomostí a zručností žiakov.

Vedenie školy by malo vytvoriť optimálne podmienky pre zvládnutie vzdelávacieho štandardu, kontrolovať dosiahnuté výsledky a na základe toho odporúčať úpravy v obsahu vzdelávania a spôsobov jeho sprístupňovania tak, aby vzdelávací štandard na primeranej úrovni zvládla väčšina žiakov.

So vzdelávacím štandardom by mali byť oboznámení aj samotní žiaci a ich rodičia. Žiaci by tak získali prehľad o tom, aké vedomosti a zručnosti majú záväzne ovládať. Rodičia by mali možnosť aktívne sa zaujímať a usmerňovať prácu žiaka, sledovať jeho výkony, zároveň by mali možnosť požadovať, aby škola poskytla v matematike projektované štandardné vzdelanie.