

Ministerstvo školstva Slovenskej republiky

**VZDELÁVACÍ ŠTANDARD  
S EXEMPLIFIKAČNÝMI ÚLOHAMI  
Z MATEMATIKY  
PRE STREDNÉ ODBORNÉ UČILIŠTIA  
Trojročné štúdium**

Koordinovala: PaedDr. Monika Reiterová, ŠPÚ Bratislava

Vypracovali: PaedDr. Monika Reiterová  
RNDr. Gabriela Kruppová  
Mgr. Dana Huttová

Recenzenti: Mgr. Zuzana Andraščíková, SOU obchodné Bratislava  
RNDr. Viera Labudová, SOU Levoča

Posúdili členovia Ústrednej predmetovej komisie ŠPÚ pre matematiku

Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 21. augusta 2006 pod číslom CD-2006-11603/26910-2:092 s platnosťou od 1. septembra 2006 začínajúc 1. ročníkom.

## ÚVOD

Vzdelávací štandard z matematiky pre stredné odborné učilištia s trojročným štúdiom patrí medzi základné pedagogické dokumenty slúžiace spolu s učebným plánom a učebnými osnovami na riadenie a reguláciu výchovy a vzdelávania v predmete matematika.

Zmyslom vzdelávacieho štandardu z matematiky pre učebné odbory stredných odborných učilíšť je koordinovať rozsah a úroveň vyučovania matematiky tak, aby sa neobmedzovala osobnosť učiteľa a jeho tvorivý prístup k vyučovaniu matematiky.

Predkladaný vzdelávací štandard určuje úroveň, rozsah a hĺbku vedomostí v jednotlivých tematických celkoch. Snaží sa dôsledne mapovať súčasný stav vyučovania matematiky. Predpokladom je, že vzdelávacie štandard y z matematiky sa budú pravidelne upravovať na základe konkrétnych skúseností učiteľov pôsobiacich na stredných odborných učilištiach s učebnými odbormi.

Tento vzdelávací štandard má základné učivo postavené na hodinovú dotáciu tri hodiny týždenne za celé štúdium. Pre učebné odbory s vyššou hodinovou dotáciou je pripravené rozširujúce učivo v podobe modulov, ktoré si vyučujúci resp. predmetová komisia zvolí podľa zamerania odboru, prípadne potreby.

## 1 ZÁKLADY MATEMATIKY

### 1.1 MNOŽINY

#### OBSAH

Množina, prvok množiny, základné spôsoby určovania množín, podmnožina, zápis množín, prázdna množina, počet prvkov množiny, rovnosť množín, zjednotenie, prienik množín.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

##### ♦ Zapísať a určiť množinu vymenovaním jej prvkov a charakteristickou vlastnosťou

1. Charakteristickou vlastnosťou určte množinu
  - a)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$
  - b)  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
2. Zapište ako množinu
  - a) všetky prirodzené čísla menšie ako 7
  - b) všetky prirodzené nepárne čísla menšie ako 10
3. Vymenujte prvky množiny
  - a)  $A = \{x \in \mathbf{N}; x < 5\}$
  - b)  $B = \{x \in \mathbf{Z}; -3 \leq x < 8\}$
  - c)  $C = \{x \in \mathbf{Z}; x^2 = 16\}$
  - d)  $D = \{x \in \mathbf{Z}; \sqrt{x} = 9\}$

##### ♦ Určiť podmnožiny danej množiny

4. Určte všetky podmnožiny množiny
  - a)  $L = \{-1, 4\}$
  - b)  $M = \{-5, \frac{1}{2}, 3\}$

◆ **Určiť vzťahy medzi množinami a znázorniť ich pomocou Vennových diagramov**

5. Dané sú množiny  $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{5, 7, 8, 9\}$ ,  $C = \{5, 9\}$ ,  $P = \{\}$ . Určte  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cup P$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $A \cap P$ ,  $A \cup B \cup C$ ,  $A \cap B \cap C$ .
6. Vennovými diagramami znázorníte vzťahy medzi množinami  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $C = \{-2, -1\}$ .  
Určte: a) počet prvkov množín A, B, C.  
b) do ktorých množín patrí číslo -1.  
c) či platí  $B \subset A$ ,  $C \subset A$ ?  
d) ktoré prvky množín A, B patria do zjednotenia týchto množín.  
e) ktoré prvky množín A, B patria do prieniku týchto množín.
7. Dané sú množiny  $E = \{x \in \mathbb{N}; 2 \leq x < 6\}$ ,  $F = \{x \in \mathbb{Z}; -3 < x < 5\}$ ,  $G = \{x \in \mathbb{Z}; -1 \leq x < 3\}$ . Určte  $E \cup F$ ,  $F \cup G$ ,  $E \cap F$ ,  $F \cap G$ .

### 1.1.1 MNOŽINA CELÝCH ČÍSEL

#### OBSAH

Celé číslo, početové operácie s celými číslami, číselná os, znázorňovanie celých čísel, absolútna hodnota čísla.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Správne zapísať početové operácie s celými číslami**

1. a) Súčet čísel 17 a 53 deľte číslom 5.  
b) Od súčtu čísel 13 a 24 odčítajte rozdiel čísel 52 a 39.  
c) K podielu čísel 16 a 4 pripočítajte číslo 6.  
d) Číslo 15 násobte číslom o 12 menším a od súčtinu odčítajte podiel týchto čísel.  
e) Číslo 35 násobte číslom 5-krát menším.

◆ **Zoradiť celé čísla podľa veľkosti, počítať s celými číslami**

2. Dané sú čísla: -130, -350, 50  
a) zoradte ich podľa veľkosti,  
b) sčítajte všetky čísla,  
c) odčítajte od prvého čísla ďalšie dve čísla,  
d) od súčtu dvoch prvých čísel odčítajte tretie číslo.
3. Vypočítajte:  
a)  $-127 + (-169) - (-243) + (+162)$   
b)  $+7 \cdot (-3) + (-2) \cdot (-9)$   
c)  $28 : (-4) - (-15) : 3$   
d)  $12 + (-28) : (-4) + 39 \cdot (-14)$
4. Vypočítajte:  
a)  $17^2 - 5 \cdot 8 + 24 : 4 + 4$   
b)  $17^2 - 5 \cdot (8 + 24) : 4 + 4$   
c)  $17^2 - 5 \cdot 8 + 24 : (4 + 4)$   
d)  $(17^2 - 5) \cdot (8 + 24) : 4 + 4$
5. Vypočítajte:  
a)  $7 - [-8 - (16 - 19) \cdot 2 + 4] - 14$   
b)  $[15 \cdot (7 - 9) + (22 - 25)] : 3$   
c)  $128 - \{237 - [12 + 175 \cdot (5 - 8)]\}$

◆ **Riešiť slovné úlohy**

6. Aký výškový rozdiel prekoná turista pri vystúpení z preliačiny, ktorá má nadmorskú výšku  $-184$  m do výšky  $1\ 268$  m?

◆ **Poznať absolútnu hodnotu celého čísla a riešiť príklady s absolútnou hodnotou**

7. Vypočítajte:

- a)  $|7| + |-3| - |-5|$   
b)  $|16 - 19| + |22 - 13|$   
c)  $|-9| + (-6) + |8| - (-4)$

## 1.1.2 MNOŽINA RACIONÁLNYCH ČÍSEL

### OBSAH

Desatinné číslo, zlomok, zápis zlomku pomocou desatinného čísla, zápis desatinného čísla pomocou zlomku, usporiadanie podľa veľkosti, počtové operácie s racionálnymi číslami, krátenie zlomkov, rozširovanie zlomkov, základný tvar zlomku, zmiešaný tvar zlomku, premena jednotiek.

Percento, základ, časť prislúchajúca počtu percent, počet percent, úrok, istina, úroková miera (sadzba).

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Zapísať desatinné číslo v tvare zlomku a zlomok v tvare desatinného čísla, usporiadať racionálne čísla podľa veľkosti**

1. Zapíšte v tvare desatinného čísla a zoradte podľa veľkosti:

$$\frac{1}{4}; 5\frac{3}{4}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{5}; -\frac{3}{10}; 5\frac{2}{5}; 0,25; -0,4; 1,2$$

2. Zoradte desatinné čísla od najmenšieho po najväčšie:

- a)  $1,\bar{3}; -1,3; -1,\bar{3}; 1,33; 1,3; -1,33$   
b)  $4,2; -4,2; 4,\bar{25}; 4,\bar{2}; -4,25$

◆ **Počítat s desatinnými číslami**

3. Vypočítajte:

- a)  $6,28 - 3,759 - 16,3$   
b)  $(2,4 - 8,65) \cdot (-3,5)$   
c)  $(3,58 - 8,76) \cdot (4,62 + 3,7)$   
d)  $5,2 \cdot 3,064 - 16,09 \cdot 0,2$

4. Vypočítajte:

- a)  $51,56 \cdot 100 + 623,3 \cdot 0,01$   
b)  $753,4 : 100 - 32 \cdot 0,01$   
c)  $36 \cdot 100 + 36 \cdot 10 + 36 \cdot 0,1 + 36 \cdot 0,01$

5. Vypočítajte:

- a)  $571,2 : 24$   
b)  $571,2 : 2,4$   
c)  $571,2 : 0,24$

◆ **Riešiť slovné úlohy**

6. V zmesi je 14,5 kg bonbónov s výrobnou cenou 34,80 Sk za jeden kilogram a 25,8 kg bonbónov s výrobnou cenou 27,60 Sk za jeden kilogram. Aká je výrobná cena jedného kilogramu tejto zmesi?
7. Dvaja robotníci kopú ryhu pre kanalizáciu 34,85 m dlhú. Prvý robotník vykope za hodinu 2,3 m ryhy, druhý robotník 1,8 m ryhy za hodinu. Za koľko dní budú hotoví, ak kopú 8 hodín denne?

♦ **Premieňať dĺžkové, štvorcové a kubické jednotky**

8. Usporiadajte podľa veľkosti: 3 l, 15 dm<sup>3</sup>, 2 400 cm<sup>3</sup>, 0,5 hl.

9. Premeňte na jednotky uvedené v zátvorke:

- a) 68 kg 50 g (g)  
 b) 12 600 cm<sup>2</sup> (m<sup>2</sup>)  
 c) 3 h 32 min. (h)

10. Vyjadrite v metroch a vypočítajte:

- a) 3 km 5 m 6 dm + 1 km 4 dm

♦ **Určiť hodnotu prislúchajúcu časti**

11. Určte  $\frac{3}{4}$  čísla 24.

12. a) Koľko hodín je  $\frac{2}{3}$  dňa?

b) Koľko gramov je  $\frac{1}{10}$  kg?

c) Koľko cm je  $\frac{25}{100}$  m?

13. Vyučovanie trvá 8 hodín. Aká časť dňa to je?

14. Tyč je zabetónovaná  $\frac{2}{7}$  svojej dĺžky. Nad zemou je 65 cm. Aká dlhá je tyč?

15. Pretekár bežal 9 kôl. Spolu má bežať 11 kôl. Akú časť už ubehol? Akú časť má ešte zabehnúť?

♦ **Porovnávať zlomky**

16. Porovnajzte zlomky:

a)  $-\frac{1}{2}$ ;  $\frac{7}{3}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{7}{3}$ ;  $\frac{27}{2}$ ;  $-\frac{27}{2}$

b)  $\frac{3}{5}$ ;  $2\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $-\frac{3}{4}$ ;  $\frac{5}{2}$ ;  $-2\frac{3}{4}$

♦ **Počítat so zlomkami**

17. Vypočítajte:

a)  $\frac{5}{2} + \left(-2\frac{1}{3}\right) + 2\frac{1}{6} - \left(3\frac{3}{4}\right) + \frac{15}{8}$

b)  $\frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{45}{7}\right) \cdot \left(-\frac{14}{15}\right) \cdot \frac{3}{2}$

18. Vypočítajte:

a)  $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right)$

- b)  $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4}\right)$   
 c)  $\frac{1}{6} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{3} - 2\right) + \frac{3}{4} : \frac{3}{16}$   
 d)  $\left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right) : \frac{7}{6}\right] - \frac{1}{2}$

◆ **Riešiť slovné úlohy**

19. O koľko je súčet  $1\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$  väčší ako rozdiel  $2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$  ?
20. V dielni sa spracovalo v prvý deň  $\frac{1}{3}$  materiálu, druhý deň  $\frac{5}{6}$  materiálu spracovaného prvý deň. Na tretí deň zostalo ešte 140 kg materiálu. Koľko materiálu sa malo spracovať?
21. Auto prešlo za  $1\frac{1}{3}$  hodiny  $66\frac{2}{3}$  km. Aká bola jeho priemerná rýchlosť? Koľko kilometrov prešlo auto za  $2\frac{3}{4}$  hodiny pri tej istej rýchlosti?

◆ **Pohotovo počítat' s percentami**

22. Študent na brigáde zarobí 6 800 Sk za mesiac. Koľko korún dostane po odpočítaní 19 %-nej dane?
23. Ovocinári založili nový sad. Z vysadených stromčekov sa ujalo 1 200 kusov, čo je 96 % zo všetkých vysadených stromčekov. Koľko stromčekov pôvodne ovocinári vysadili?
24. Sústružník mal vyrobiť 40 súčiastok. Vyrobil 48 súčiastok. Na koľko percent splnil plán?
25. Pôvodná cena knihy mala byť 320 Sk. Výrobné náklady spôsobili zvýšenie ceny o 15 %. Koľko korún stojí kniha?
26. Koľko gramov soli je v 10 %-nom roztoku rozpustenej soli vo vode, ak máme 2 kg tohto roztoku?

◆ **Vedieť vypočítat' úrok, istinu (kapitál) a úrokovú sadzbu (mieru) jednoduchým úrokovaním**

27. Ako by sa pripísali úroky z vkladu 20 000 Sk pri ročnej úrokovej miere 7,2 % po 8 mesiacoch?
28. Aký vysoký musí byť vklad v korunách pri ročnej úrokovej sadzbe 3,6 %, aby úrok za 2 roky bol 1 400 Sk?
29. Aká je ročná úroková miera, ak sa 15 000 Sk vklad za 6 mesiacov zúročí na 16 500 Sk?

### 1.1.3 MNOŽINA REÁLNYCH ČÍSEL

#### OBSAH

Vzťahy medzi množinami prirodzených čísel, celých čísel, racionálnych čísel, iracionálnych čísel a reálnych čísel, odmocnina, nekonečno, číselná os, interval, zápis intervalov, zjednotenie intervalov, prienik intervalov.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Zaradiť čísla do jednotlivých číselných množín**

1. Pomocou Vennových diagramov znázorníte vzťahy medzi číselnými množinami.
2. Dané sú čísla  $-9$ ,  $8$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $0,2$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ . Zaraďte ich do číselných množín.
3. Do tabuľky doplňte správne symboly  $\in$ ,  $\notin$ :

	N	Z	Q	R
$13 - 5$				
$6 - (+15)$				
$1\frac{3}{5} - \frac{4}{5}$				
$0,8 - 0,26$				
$\sqrt{7} - 1$				

◆ **Poznať pojem interval, zápis intervalu, ovládať množinové operácie s intervalmi**

4. Znázorníte na číselnej osi a zapíšete ako množinu
  - a)  $K = \langle 2, \infty \rangle$
  - b)  $L = (-\infty, 6)$
  - c)  $M = \langle -2, 1 \rangle$
5. Zapíšete pomocou intervalu a znázorníte na číselnej osi:
  - a)  $A = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 2\}$
  - b)  $B = \{x \in \mathbb{R}; x < 1\}$
  - c)  $C = \{x \in \mathbb{R}; -2 < x \leq 4\}$
6. Určte zjednotenie a prienik intervalov:
  - a)  $(3, 7)$  a  $\langle 5, 8 \rangle$
  - b)  $(-\infty, 4)$  a  $\langle -2, \infty \rangle$
  - c)  $(-\infty, 1)$  a  $(-\infty, 3)$
  - d)  $\langle -2, 3 \rangle$  a  $(5, \infty)$

## 1.2 TEÓRIA ČÍSEL

### OBSAH

Číslo, číslica (cifra), ciferný súčet, prvočíslo, zložené číslo, znaky deliteľnosti, rozklad na súčin prvočiniteľov, násobok, deliteľ, najmenší spoločný násobok, najväčší spoločný deliteľ.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Rozoznať pojmy prvočíslo, zložené číslo, párne a nepárne číslo**

1. Daná je množina  $W = \{2, 5, 13, 15, 17, 36, 52\}$ . Vytvorte podmnožinu A množiny W všetkých:
  - a) prvočísel,
  - b) zložených čísel,
  - c) párných prvočísel,
  - d) nepárných zložených čísel.

◆ **Určiť delitele a násobky čísel**

2. Vymenujte všetky delitele čísla
  - a) 24
  - b) 36
  - c) 19
3. Vymenujte všetky spoločné násobky menšie ako 100 čísel
  - a) 15 a 6
  - b) 4 a 3

◆ **Poznať kritériá deliteľnosti**

4. Zistite, ktorými z čísel 2, 3, 4, 5, 6, 10 sú deliteľné čísla
  - a) 56 320
  - b) 26 724
  - c) 864 315

◆ **Určiť rozklad na prvočinitele, najmenší spoločný násobok, najväčší spoločný deliteľ**

5. Rozložte na súčin prvočísel čísla:
  - a) 9 240
  - b) 210
  - c) 945
6. Nájdite najmenší spoločný násobok a najväčší spoločný deliteľ čísel:
  - a) 420 a 780
  - b) 750 a 2 646
  - c) 308 a 364

◆ **Poznanky o deliteľnosti, najmenšom spoločnom násobku a najväčšom spoločnom deliteli aplikovať v slovných úlohách**

7. Dve ozubené kolesá zapadajú do seba. Jedno z nich má 60 zubov, druhé 90 zubov. Po koľkých otočeniach sa stretnú tie isté zuby?
8. V podniku objednávali štyri druhy časopisov. Vychádzali vždy raz za 4 týždne, 6 týždňov, 12 týždňov a 16 týždňov. Ak vyšli súčasne tento týždeň, o koľko týždňov vyjdú opäť súčasne?
9. Pri spracovaní jedného páru topánok sa ušetrilo na pracovnom čase 17 minút, na materiáli a mzde sa ušetrilo 285 Sk.
  - a) Na koľkých pároch topánok sa ušetrilo 7 695 Sk?
  - b) Koľko minút pracovného času sa pri tom ušetrilo?

### 1.3 MOCNINY A ODMOCNINY

#### OBSAH

Mocnina, exponent, základ mocniny, odmocnina, mocniny s prirodzeným exponentom, mocniny s celočíselným exponentom, početové operácie s mocninami, zápis čísel v tvare  $a \cdot 10^n$ , kde  $1 \leq a < 10$ .

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Počítat s mocninami**

1. Vypočítajte spamäti:

a)  $6^0, 7^2, 2^5, (-3)^3, (-1)^{12}, 0,6^2, (-0,2)^3, \left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(-\frac{3}{4}\right)^2$

b)  $17^{-1}, 8^{-2}, (-1)^{-1}, (-2)^{-2}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}, \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}, \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$

2. Vypočítajte:

a)  $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^0$

b)  $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5$

c)  $(-5)^6 \cdot (-5)^{-4} \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^{-6}$

d)  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

e)  $a^3 b^{-2} \cdot a^2 b^4 \cdot a^{-6}$

f)  $10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 10^8$

g)  $0,2^3 \cdot 0,2^{-5} \cdot 0,2^2 \cdot 0,2^{-3}$

3. Vypočítajte:

a)  $8^5 : 8^3$

b)  $2^2 : 2^7$

c)  $\left(\frac{3}{4}\right)^4 : \left(\frac{3}{4}\right)^7$

d)  $(x^5 y^3 z^4) : (x^4 y^5 z^3)$

4. Vypočítajte:

a)  $5^5 \cdot 2^5$

b)  $3^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 5^{-2}$

c)  $1000^4 : 100^4$

d)  $70^3 : 7^3$

e)  $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$

5. Umocnite:

a)  $(-7^3)^{-1}$

b)  $(0,3^{-1})^2$

c)  $(5^3 \cdot 5^{-4} \cdot 3^2 \cdot 3^{-2})^{-1}$

d)  $\left(\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^{-3}\right)^{-2}$

e)  $\left(\frac{2xy^3}{3z^4}\right)^2$

♦ Zapišat' číslo v tvare  $a \cdot 10^n$ , kde  $1 \leq a < 10$  a naopak

6. Zapište číslo v tvare  $a \cdot 10^n$ :

a) 6 500 000

b) 0,000759

c) 1 000 000

d) 0,001

7. Zapište bez mocniny desiatich:

a)  $10^4$

b)  $10^{-3}$

c)  $9,43 \cdot 10^5$

d)  $2,4 \cdot 10^{-4}$

8. Vypočítajte a zapište v skrátenej tvare:

a)  $10\,000 \cdot 0,000\,1 \cdot 100$

b)  $300 \cdot 0,001 \cdot 2\,000$

c)  $4\,000 \cdot 0,002 \cdot 0,5$

- d) 0,000 01 : 1 000
- e) 36 000 : 4 000 000
- f) 0,005 6 : 0,000 07

◆ **Určiť hodnotu odmocniny**

9. Vypočítajte spamäti:

$$\sqrt{9}, \sqrt[3]{8}, \sqrt{49}, \sqrt[3]{1}, \sqrt{\frac{16}{25}}, \sqrt{\frac{1}{36}}, \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$$

10. Vypočítajte:

a) $\sqrt[3]{1\,000}$	b) $\sqrt{2\,500}$	c) $\sqrt{0,01}$	d) $\sqrt{0,000\,4}$
e) $\sqrt[3]{64\,000}$	f) $\sqrt[3]{0,125}$	g) $\sqrt{160\,000}$	

11. Vypočítajte  $x$ :

a) $\sqrt{x} = 169$	c) $\sqrt[3]{x} = 8\,000$	e) $\sqrt{x} = 0,000\,4$
---------------------	---------------------------	--------------------------

## 2 ALGEBRA

### 2.1 VÝRAZY

#### OBSAH

Výraz, číselný výraz, konštanta, premenná, výraz s premennou, obor definície výrazu, hodnota výrazu, opačný výraz, početové operácie s celistvými výrazmi, rozklad výrazov na súčin vynímaním pred zátvorku, použitie vzorcov  $(a \pm b)^2$ ,  $a^2 - b^2$ , lomené výrazy, krátenie a rozširovanie lomených výrazov, početové operácie s lomenými výrazmi, úpravy výrazov.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Určiť hodnotu výrazu**

1. Určte hodnotu číselných výrazov:

- a)  $2 \cdot 3 - 8 : 2 + 5$
- b)  $2 \cdot (3 - 8) : 2 + 5$
- c)  $2 \cdot (3 - 8) : (2 + 5)$
- d)  $2 \cdot [3 - 8 : (2 + 5)]$
- e)  $(-1)^2 \cdot 12 - 6 : 3 + (-3) \cdot (-2) + 22 - (-3)^2 \cdot 2$

2. Určte hodnotu výrazu pre dané hodnoty premennej:

a)  $x = -2$        $2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 2x - 5$

b)  $a = \frac{1}{2}$        $\frac{3a - 5}{2} - 4 \cdot \left(\frac{a}{3} - 2a\right)$

c)  $x = 0,25$        $0,3x \cdot (x - 2,4) - (-1,6x^2) \cdot 0,2$

d) Určte opačné výrazy k výrazom a), b), c) a vypočítajte ich hodnotu.

◆ **Zapísať výraz**

3. Zapíšte výraz:

- a) dvojnásobok čísla  $m$  zmenšený o 5
- b) jedna tretina čísla  $n$  zväčšená o 2
- c) druhá mocnina rozdielu čísel  $a, b$
- d) súčet druhých mocnín čísel  $x, y$

4. Rovnoramenný pravouhlý trojuholník má preponu s dĺžkou  $n$  cm a odvesnu o 5 cm dlhšiu ako je polovica prepony. Vypočítajte obvod a obsah tohto trojuholníka.



14. Vypočítajte:

a)  $(a - 7)^2$

b)  $\left(\frac{2}{3}x - 4\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x + 4\right)$

c)  $(3a + 2)^2$

d)  $(0,1x^2 + 3y)^2$

e)  $(0,5x - 1)^2$

15. Vypočítajte:

a)  $(2x - 1)^2 + (3x + 5) \cdot (3x - 5) - (7 + x)^2$

b)  $(0,5 + r)^2 \cdot (-3) - (1 + 0,3r) \cdot (-1 + 0,3r)$

16. Doplňte do rámečkov chýbajúce členy výrazov:

a)  $(3x - \square)^2 = 9x^2 - 48x + \square$

b)  $(\square - \square)^2 = 25 - 20y + \square$

c)  $(\square + 5)^2 = \square + 30x + \square$

d)  $(\square + \square)^2 = 9a^2b^4 + \square + 4$

17. Rozložte na súčin:

a)  $1 - 9r^2$

b)  $0,01 + 0,6x + 9x^2$

c)  $(3x - 2)^2 - y^2$

d)  $x^2 - 10x + 25$

e)  $(a + 5)^2 - (3 + a)^2$

f)  $9x^2 - 4y^2z^4$

♦ **Vynímať pred zátvorku**

18. Rozložte na súčin:

a)  $5x - 5y$

b)  $3x^3y^2 - 9x^4y^3 + 6x^5y^5$

c)  $0,2x + 0,4x^2$

d)  $q \cdot (p - 8) + 7 \cdot (p - 8)$

e)  $pm + 7m - pq - 7q$

19. Rozložte na súčin:

a)  $2a^3 - 2a$

b)  $-3x^2 + 30x - 75$

c)  $x^3y - xy$

d)  $-9m^2 - 24mn - 16n^2$

♦ **Určiť definičný obor výrazu**

20. Určte, pre ktoré premenné má výraz zmysel:

a)  $\frac{3+y}{x}$

b)  $\frac{1-z}{2y^3}$

c)  $\frac{5}{a+3}$

d)  $\frac{a-5}{b^2+2b+1}$

e)  $\frac{4-c}{c^2-1}$

f)  $\frac{2x}{y^2-7y}$

g)  $\frac{x}{2a-1}$

h)  $\frac{-9y}{5x^2-20x+20}$

i)  $\frac{b-1}{(a+3) \cdot (2a-4)}$

21. Pre ktoré  $x$  nemá výraz  $\frac{x+7}{x-3}$  zmysel?

♦ **Rozširovať, krátiť, násobiť, deliť lomený výraz**

22. Rozšírte lomené výrazy výrazom v zátvorke:

a)  $\frac{x-5}{2}$  [5]

b)  $\frac{2x-3}{x+5}$  [4-x]

c)  $\frac{a+b}{a-b}$  [a+b]

23. Vynásobte a určte podmienky:

a)  $\frac{5a}{b} \cdot 3$

b)  $\frac{m-n}{m^2-n^2} \cdot (m+n)$

c)  $\frac{7a}{3b} \cdot 6b^2$

24. Zjednodušte:

$$a) (a^2 - 4a) \cdot \frac{a}{a^2 - 16}$$

$$b) (a - b) \cdot \frac{a - b}{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$c) \frac{5a^4 b^3}{4x^2 y} \cdot \frac{16x^4 y}{15a^7 b^2}$$

$$d) \frac{2x^2}{x - y} \cdot (x^3 - x^2 y)$$

25. Vydeľte:

$$a) \frac{x^2 - y^2}{2xy} : (x + y)$$

$$b) \frac{15ab}{z} : 3a^2$$

$$c) \frac{16 \cdot (a - b)^2}{45a^2 - 45b^2} : \frac{4a - 4b}{5a + 5b}$$

26. Určte najmenší spoločný násobok výrazov:

$$a) 3a; 6b$$

$$b) 6x - 4; 9x - 6$$

$$c) xy - x; y^2 - 1$$

$$d) 5x - 5y; 8y - 8x$$

$$e) a^2 - 1; a^2 + 2a + 1$$

### ♦ Upravovať výrazy

27. Je daný výraz  $\frac{20 - 4x}{5x}$ .

a) Vypočítajte jeho hodnotu pre  $x = -2$ .

b) Pre ktoré  $x$  sa výraz rovná 0?

28. Je daný výraz  $\frac{5x + 2}{x - 6}$ . Zistite, pre ktoré  $x$ :

a) sa výraz rovná 3.

b) výraz nemá zmysel.

c) sa výraz rovná 0.

29. Zjednodušte výrazy a určte podmienky:

$$a) \frac{x + 2}{3x + 6}$$

$$b) \frac{4y}{6y}$$

$$c) \frac{-5x}{7x^3}$$

$$d) \frac{3x - 3}{4x - 4}$$

$$e) \frac{3a^2 - 6a}{6a}$$

$$f) \frac{a^3 - 4a}{2a^2 - 8a + 8}$$

$$g) \frac{2x^3 - 18x}{4x^3 + 12x^2}$$

30. Vypočítajte:

$$a) \frac{1}{x - 3} + 2$$

$$b) \frac{5x}{y} - 3x$$

$$c) \frac{a + b}{7} - \frac{a - b}{7}$$

$$d) \frac{7}{x + 5} - \frac{3}{x - 4}$$

$$e) \frac{13a}{5x} - \frac{6a}{x} + \frac{3}{5}$$

$$f) \frac{x + y}{x - y} + \frac{x - y}{x + y}$$

$$g) \frac{2m + 5}{6} - \frac{m - 1}{8} + \frac{m + 4}{4}$$

$$h) \frac{2a - b}{3a + 3b} + \frac{a + 5b}{4a + 4b}$$

$$i) \frac{1}{a} - \frac{2}{2a - 1} + \frac{1}{2}$$

31. Vypočítajte:

$$a) \left( \frac{1}{a+1} - \frac{2}{a^2-1} \right) \cdot \left( \frac{1}{a} - 1 \right)$$

$$b) \left( x - \frac{4}{x} \right) : (x+2)$$

$$c) \left( \frac{3}{2}x - \frac{4}{3}y \right) \cdot \left( \frac{2x}{3} + \frac{3y}{5} \right)$$

$$d) \left( \frac{s+1}{s+2} - \frac{s-1}{s-2} \right) \cdot \frac{s^2-4}{2s}$$

## 2.2 LINEÁRNE ROVNICE, NEROVNICE A SÚSTAVY

### OBSAH

Lineárna rovnica, lineárna nerovnica, ekvivalentné úpravy, definičný obor rovnice, koreň rovnice, množina riešení rovnice, skúška správnosti, vyjadrenie neznámej zo vzorca, sústava dvoch lineárnych rovníc, sústava dvoch lineárnych nerovnic, grafické riešenie sústavy dvoch lineárnych rovníc, slovné úlohy typu zmesi, spoločná práca, pohyb, percentá.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

#### ♦ Ekvivalentnými úpravami riešiť lineárne rovnice

1. Riešte lineárne rovnice v  $\mathbb{R}$  a urobte skúšku správnosti:

$$a) 9 \cdot (x-4) - 5x = x - 12$$

$$b) 4x - 3 \cdot (5x - 8) = 9 - x$$

$$c) (3y - 7) \cdot (9 + 4y) = (6y - 1) \cdot (5 + 2y)$$

$$d) 6 - 5 \cdot [8 + 2 \cdot (3x - 1)] = -6 \cdot (4 + 5x)$$

2. Riešte v  $\mathbb{R}$  a urobte skúšku správnosti:

$$a) \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = \frac{x}{3} + \frac{7}{2}$$

$$b) \frac{5}{4}x - \frac{4}{3}x = \frac{5}{6} \left( 3 + \frac{x}{5} \right)$$

$$c) \frac{y-4}{8} - \frac{y+5}{10} = -1$$

$$d) \frac{3x-8}{6} - \frac{6-3x}{5} = x - 2,5$$

$$e) 3,6 \cdot (1 - 2x) - 2,2x = 2 \cdot (1,8 - 4,7x)$$

$$f) 6,3x + 2,5 \cdot (2 - 3x) = 3 \cdot (1,2 - 0,6x) + 1,1$$

3. Riešte v  $\mathbb{R}$ :

$$a) x^2 - 3x + 2 - (x-3) \cdot (x-4) - 5 = 0$$

$$b) (3n-1) \cdot (1-n) = (n-1) \cdot (3-n) - 2n^2 - 2n$$

$$c) \frac{7x-2}{3} - \frac{4 \cdot (x+3)}{5} = \frac{3 \cdot (x+2)}{2}$$

#### ♦ Riešiť lineárne rovnice s neznámou v menovateli

4. Riešte rovnice s neznámou v menovateli, určte podmienky a urobte skúšku správnosti:

a)  $\frac{3x-2}{x} = 4$

b)  $\frac{x-1}{3x+2} + \frac{5}{2} = 2$

c)  $\frac{4-3x}{4x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{x}$

d)  $\frac{2n-3}{6-4n} = -\frac{1}{2}$

e)  $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} = 0$

f)  $\frac{y+4}{y-4} + \frac{y+6}{y-6} = 2$

g)  $\frac{\frac{x}{5} - \frac{1}{2}}{x-3} = \frac{3}{10}$

◆ **Riešiť lineárne nerovnice a zapísať množinu riešení**

5. Riešte nerovnice v množine prirodzených čísel  $\mathbb{N}$ :

a)  $\frac{4x-3}{5} < \frac{3x-4}{2} - \frac{2x-5}{3}$

b)  $x+3 \cdot (x-5) \geq \frac{x-1}{2} - 5 \cdot (2x+3)$

6. Riešte lineárne nerovnice v  $\mathbb{R}$  a riešenia zapíšte intervalom:

a)  $x-2 > 3 \cdot (2x-19)$

b)  $2y+7 \leq 5y-3 \cdot (2-y)$

c)  $(6x-5) \cdot (x-2) - (3x-1) \cdot (2x-3) < 4$

7. Riešte nerovnice pre  $x$  z danej množiny:

a)  $\frac{x+3}{2} - 5x \geq 1 - \frac{3-2x}{3}$  pre  $x \in \mathbb{Z}$

b)  $-2 \cdot (z-1) - \frac{1}{4} \cdot (1+z) < \frac{1}{2} - z$  pre  $z \in \mathbb{N}$

c)  $2x-2+2 \cdot \{-[-x-3 \cdot (x-3)]\} < 0$  pre  $x \in \langle -5; 7 \rangle$

8. Určte všetky reálne čísla  $x$ , pre ktoré platí: ak k dvojnásobku čísla  $x$  pripočítam tretinu  $x$ , dostanem číslo menšie, ako keď k polovici  $x$  pripočítam číslo  $x$  zmenšené o 5 a potom vynásobené 4.

◆ **Riešiť sústavu lineárnych nerovnic**

9. Riešte sústavu lineárnych nerovnic v množine  $\mathbb{R}$ :

a)  $3-2x > 4x+1; x+6 > 4-2x$

b)  $\frac{4x-7}{3} - \frac{2x+3}{5} < 3-5x; 5x-2 < \frac{x+3}{2} - \frac{13-11x}{3}$

c)  $2x+1 < \frac{x+3}{2} \leq \frac{3x+7}{4} + x$

d)  $(x-3)^2 < x \cdot (x+2)+3; 3x+1 \geq x - \frac{9}{2}$

10. Riešte sústavu lineárnych nerovnic v množine  $\mathbb{N}$ :

$$\frac{7x-1}{3} + 6 < 5x - \frac{5+3x}{2}$$

$$x+7 - \frac{2x-6}{5} > \frac{11+3x}{2}$$

◆ **Efektívne riešiť sústavu dvoch lineárnych rovníc**

11. Riešte sústavu lineárnych rovníc graficky a urobte skúšku správnosti:

a)  $3x + 2y = 4$

$$x - y = 8$$

c)  $x + y = 3$

$$0,5x + 0,5y = 1,5$$

b)  $x - y = 4$

$$2x - 2y = 5$$

d)  $3x - 2y = 4$

$$x + 3y = 5$$

12. Riešte sústavu rovníc urobte skúšku správnosti:

a)  $7m - 2n = 29$

$$-9m + 5n = -64$$

c)  $-8a + 2b = 6$

$$12a - 3b = -9$$

b)  $3c - 4d = 9$

$$-4c + 8d = 12$$

d)  $1,8x - 3,1y - 6,2 = 0$

$$6,3x + 0,6y + 1,2 = 0$$

13. Riešte sústavu rovníc:

a)  $\frac{c-2}{3} - \frac{d-3}{5} = 3$

$$\frac{c+3}{4} - \frac{d+1}{3} = 4$$

c)  $3 \cdot (x - y) - 2 \cdot (4x + 7y) = 3$

$$5 \cdot (x + 3) - 12 \cdot (y - 2) = 7$$

b)  $\frac{x-y}{3} = 3 \cdot (x+2y) - 1$

$$2 \cdot (4x + 5y) = 3 \cdot (1 - 3y)$$

d)  $(x+4) \cdot (y-2) - (x-5) \cdot (y+4) = 0$

$$(x+6) \cdot (y-1) - (x-1) \cdot (y+2) = 0$$

14. Riešte sústavy lineárnych rovníc:

a)  $\frac{x+1}{y+1} = \frac{3}{4}$

$$\frac{y+1}{x+y} = \frac{4}{5}$$

b)  $\frac{x+3}{x+1} = \frac{y+8}{y+5}$

$$\frac{2x-3}{10x-12} = \frac{y+1}{5y+7}$$

♦ **Vyjadriť neznámu zo vzorca**

15. Vyjadrite zo vzorca neznámu v zátvorke:

a)  $S = a \cdot b$  [b]

b)  $o = 2 \cdot (a + b)$  [a]

c)  $S = \frac{\pi r^2 v}{3}$  [v]

d)  $s = \frac{1}{2} g t^2$  [g]

e)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$  [b]

f)  $m = \frac{n \cdot S}{\check{c} \cdot k}$  [c]

♦ **Matematizácia slovnej úlohy, riešiť rôzne typy slovných úloh vedúcich k riešeniu rovníc, nerovnic a ich sústav**

16. Do školskej jedálne majú kúpiť pre 145 stravníkov múčniky za 640 Sk. Pre mladších žiakov po 4 Sk, pre starších žiakov po 5 Sk. Koľko múčnikov každého druhu musia kúpiť?

17. Pokladník priniesol z banky 15 500 Sk v 179 bankovkách, sčasti stokorunových a sčasti dvadsaťkorunových. Koľko bolo ktorých bankoviek, ak iné nepriniesol?

18. Dana prečítala knihu za štyri dni. Prvý deň prečítala tretinu knihy, druhý deň šestinu knihy, tretí deň polovicu zo zvyšných strán. Na posledný deň jej zostalo 30 strán. Koľko strán mala kniha a koľko strán prečítala Dana každý deň?
19. Prvý robotník by natrel plot za 12 hodín, druhý za 8 hodín. Za aký čas natrú plot spoločne?
20. Továrň A vybaví objednávku za 9 mesiacov, továrň B za 6 mesiacov. Keby pracovali spoločne s továrňou C, vybavili by objednávku za 2 mesiace. Za koľko mesiacov by vybavila objednávku továrň C sama?
21. Tri podniky mali rovnaký plán výroby televízorov. Podnik A prekročil plán o 20 %, podnik B o 15 % a podnik C o 10 %. Takto spolu vyrobili 4 140 televízorov. Koľko televízorov mal každý podnik vyrobiť podľa plánu a koľko skutočne vyrobil?
22. Peter má dvakrát toľko rokov ako Pavol. Pred štyrmi rokmi bol Peter trikrát starší ako Pavol. Koľko rokov má každý z nich teraz?
23. Do nádrže priteká voda kohútikom, ktorým sa naplní za 36 minút. Odtokovým otvorom sa plná nádrž vyprázdni za 40 minút. Za aký čas sa nádrž naplní, ak bude voda súčasne pritekať aj odtekať?
24. Nákladné auto ide priemernou rýchlosťou 20 km/h z Nitry do Banskej Bystrice. Súčasne s ním ide autobus priemernou rýchlosťou 30 km/h. Autobus prišiel do Banskej Bystrice o 2 hodiny skôr ako nákladné auto. Ako ďaleko je z Nitry do Banskej Bystrice?
25. O 7.00 hodine vyjde nákladné auto z mesta A rýchlosťou 40 km/h. Oproti nemu z mesta B vyjde o 8.30 hodine osobné auto rýchlosťou 70 km/h. Vzdialenosť miest A a B je 225 km. O koľkej hodine a ako ďaleko od mesta A sa stretnú?
26. Zmiešaním 80 % liehu a 60 % liehu máme pripraviť 300 g 75 % liehu. Koľko gramov každého druhu liehu potrebujeme?
27. Dve lietadlá štartujú súčasne z letísk A a B oproti sebe a stretnú sa o 20 minút. Vzdialenosť letísk je 560 km. Vypočítajte rýchlosti oboch lietadiel, ak rozdiel ich rýchlostí je 60 km/h.
28. Určte dve čísla, ktorých súčet je 46 a rozdiel 12.
29. Zlomok bude mať hodnotu  $\frac{1}{3}$  vtedy, ak čitateľa zmenšíme o 3 a súčasne menovateľa zväčšíme o 2. Ak však čitateľa zväčšíme o 1 a súčasne menovateľa zmenšíme o 1, bude mať zlomok hodnotu  $\frac{3}{4}$ . Nájdite daný zlomok.

## 2.3 FUNKCIE

### OBSAH

Funkcia ako predpis, priradenie, funkčná závislosť, definičný obor funkcie, obor funkčných hodnôt, graf funkcie.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

- ◆ **Na konkrétnych príkladoch vysvetliť obsah pojmov funkcia, predpis funkcie, definičný obor funkcie, obor funkčných hodnôt, argument, funkčná hodnota a graf funkcie**
1. V bale je 20 metrov látky. Jeden meter látky stojí 130 Sk.
    - a) Zostavte tabuľku závislosti ceny látky od dĺžky látky.
    - b) Nájdite predpis funkcie vyjadrujúcej cenu látky od dĺžky látky.
    - c) Určte definičný obor funkcie a obor funkčných hodnôt.

2. V sklade je 96 kg múky. Denne sa spotrebuje 8 kg múky.
- Zostavte tabuľku závislosti zásoby múky v sklade od počtu dní.
  - Nájdite predpis tejto funkcie.
  - Na koľko dní vystačí zásoba múky?
  - Aká zásoba múky bude v sklade po piatom dni?
3. Daný je predpis funkcie  $f : y = 3x + \frac{1}{2}$ .
- Vypočítajte  $f(-4)$ ,  $f\left(\frac{1}{3}\right)$ ,  $f(0,2)$ .
  - Zistite hodnotu  $x$ , ak  $y = \{-3; \frac{1}{4}; 0; 18,4\}$ .
  - Vytvorte tabuľku pre  $x = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ .
4. Daný je predpis funkcie  $f : y = x - 4$ .
- Zistite, či platí  $f(5) = 1$ ,  $f(-7) = -11$ ,  $f\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{19}{6}$ .
  - Vytvorte tabuľku pre  $x = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ .
  - Body z tabuľky znázornite v súradnicovej sústave.

### 2.3.1 LINEÁRNA FUNKCIA

#### OBSAH

Lineárna funkcia, konštantná funkcia, funkcia priamej úmernosti, predpis funkcie, graf funkcie, nulový bod, definičný obor funkcie, obor funkčných hodnôt, čítanie z grafu, využitie pri riešení slovných úloh.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

##### ♦ Zostrojíte graf konštantnej funkcie, funkcie priamej úmernosti a lineárnej funkcie

- Zostrojte grafy funkcií:
  - $f_1: y = 3$   $x \in \mathbb{R}$
  - $f_2: y = -1$   $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
  - $f_3: y = 5$   $x \in \langle -1, \infty \rangle$
  - $f_4: y = -2$   $x \in (-3, 2)$
- Zostrojte grafy funkcií:
  - $g : y = 2x$
  - $h : y = 4,5x$
  - $k : y = -2x$
  - $l : y = -\frac{1}{2}x$
- Zostrojte grafy funkcií na danom intervale:
  - $f : y = 3x$   $x \in \langle -1, 2 \rangle$
  - $g : y = 3x$   $x \in (-\infty, 5)$
  - $h : y = 3x$   $x \in \mathbb{R}$
- Zostrojte grafy funkcií, určte ich definičný obor, obor funkčných hodnôt, monotónnosť a priesečníky grafu s osami súradnicovej sústavy:

a)  $p : y = 3x - 2$

b)  $r : y = \frac{1}{2}x + 3$

c)  $s : y = -4x + \frac{7}{2}$

5. Zostrojte grafy funkcií:

a)  $f : y = 2x - 3$        $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

b)  $g : y = 2x - 3$        $x \in (0, \infty)$

c)  $h : y = 2x - 3$        $x \in \langle -2, 4 \rangle$

◆ **Zo slovnej úlohy napísať predpis funkcie a čítať z grafu funkcie**

6. Automat pracuje rovnakou rýchlosťou. Každú hodinu opracuje 6 súčiastok.

a) Vytvorte závislosť počtu opracovaných súčiastok každú hodinu od počtu smien (8 hodinových).

b) Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor a obor funkčných hodnôt.

7. Nádrž má objem 200 litrov. Do nádrže natečie každú minútu 8 litrov vody.

a) Vytvorte závislosť množstva vody v nádrži od počtu uplynutých minút.

b) Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor a obor funkčných hodnôt.

c) Čítajte z grafu:      Za aký čas sa nádrž naplní?

                                    Koľko vody bude v nádrži po 15. minúte?

                                    Koľko minút bude trvať, kým bude v nádrži 96 litrov vody?

8. Na zhotovenie jednej skrutky spotrebuje automat 5 cm tyče. Tyč má dĺžku 1 meter.

a) Vytvorte závislosť dĺžky zvyšnej tyče od počtu vyhotovených skrutiek.

b) Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor a obor funkčných hodnôt.

c) Čítajte z grafu:      Na koľko skrutiek sa spotrebuje polovica tyče?

                                    Koľko centimetrov tyče ešte zostane po zhotovení 20 skrutiek?

## 2.3.2 KVADRATICKÁ FUNKCIA

### OBSAH

Kvadratická funkcia, členy kvadratickej funkcie, graf kvadratickej funkcie (parabola), definičný obor kvadratickej funkcie, obor funkčných hodnôt, monotónnosť, vlastnosti funkcie v závislosti od  $a$ ,  $c$ , vrchol paraboly.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Definovať kvadratickú funkciu, poznať jej definičný obor, obor funkčných hodnôt, určiť monotónnosť funkcie**

1. Narysujte graf kvadratickej funkcie, určte jej definičný obor, obor funkčných hodnôt a monotónnosť.

a)  $f_1 : y = x^2$

b)  $f_2 : y = -x^2$

c)  $f_3 : y = 2x^2$

d)  $f_4 : y = -2x^2$

e)  $f_5 : y = \frac{1}{2}x^2$

f)  $f_6 : y = -\frac{1}{2}x^2$

2. Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor, obor funkčných hodnôt, monotónnosť a súradnice vrcholu:
  - a)  $f : y = x^2 - 2$
  - b)  $g : y = x^2 - 5$
  - c)  $h : y = x^2 + 2$
3. Narysujte graf funkcie:
  - a)  $f : y = (x - 1)^2 + 2$
  - b)  $g : y = (x + 2)^2 - 3$
4. Určte funkciu, ktorá vyjadruje závislosť obsahu štvorca od dĺžky strany štvorca. Narysujte graf, určte definičný obor, obor funkčných hodnôt a monotónnosť funkcie.

### 2.3.3 FUNKCIA NEPRIAMEJ ÚMERNOSTI

#### OBSAH

Nepriama úmernosť, graf funkcie, definičný obor funkcie, obor funkčných hodnôt, monotónnosť, využitie pri riešení slovných úloh.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

##### ♦ Načrtnúť graf funkcie a určiť jej vlastnosti

1. Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor, obor funkčných hodnôt a monotónnosť:
  - a)  $f_1 : y = \frac{1}{x}$
  - b)  $f_2 : y = -\frac{1}{x}$
  - c)  $f_3 : y = \frac{5}{x}$
  - d)  $f_4 : y = -\frac{5}{x}$
2. Žiaci majú vysadiť 100 stromčekov. Vyjadrite funkciou počet stromčekov, ktoré vysadí jeden žiak v závislosti od počtu žiakov v triede. V triede je najviac 25 žiakov. Narysujte graf funkcie, určte jej definičný obor, obor funkčných hodnôt a monotónnosť.

### 2.3.4 GONIOMETRICKÉ FUNKCIE

#### OBSAH

Stupňová miera, oblúčková miera, jednotková kružnica, funkcie  $\sin x$ ,  $\cos x$ , definičný obor, obor funkčných hodnôt.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

##### ♦ Premena stupňov do oblúčkovej miery a naopak

1. Premeňte na stupne:
  - a)  $\frac{\pi}{2}$
  - b)  $\frac{3}{4}\pi$
  - c)  $\frac{20}{3}\pi$
  - d)  $\frac{5}{6}\pi$
2. Preveďte do oblúčkovej miery:
  - a)  $45^\circ$
  - b)  $120^\circ$
  - c)  $390^\circ$
  - d)  $990^\circ$

◆ **Orientácia a znázorňovanie uhlov na jednotkovej kružnici**

3. Na jednotkovej kružnici znázornite:

- a)  $\frac{\pi}{3}$                       b)  $\frac{3}{2}\pi$                       c)  $210^\circ$                       d)  $1\ 080^\circ$   
e)  $1\ 860^\circ$                       f)  $-300^\circ$                       g)  $-630^\circ$

4. Rozhodnite, či sa dané veľkosti uhlov zobrazia na jednotkovej kružnici do toho istého bodu:

- a)  $90^\circ, 450^\circ, 270^\circ, 810^\circ$   
b)  $\pi, -\pi, 3\pi, 9\pi$

◆ **Načrtnúť graf funkcie  $\sin x$  a  $\cos x$ , určiť ich vlastnosti**

5. Narysujte graf funkcie  $f : y = \sin x$  pre  $x \in \langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$ .

6. Narysujte graf funkcie  $f : y = \cos x$  pre  $x \in \langle 0^\circ, 360^\circ \rangle$ .

7. Z jednotkovej kružnice určte:

- a) znamienka funkcií  $\sin x, \cos x$  v jednotlivých kvadrantoch  
b) monotónnosť funkcie  $\sin x, \cos x$   
c) hodnoty  $\sin x, \cos x$  pre  $x = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ .

8. Z grafu určte:

- a) definičný obor a obor funkčných hodnôt funkcie  $\sin x, \cos x$   
b) intervaly rastu a klesania funkcie  $\sin x, \cos x$ .

### 3 PLANIMETRIA

#### 3.1 TROJUHOLNÍK

##### OBSAH

Vlastnosti trojuholníka, vnútorné uhly, výška trojuholníka, ťažnice v trojuholníku, ťažisko, stredná priečka, pravouhlý trojuholník, Pytagorova veta, goniometrické funkcie ostrého uhla, zhodnosť a podobnosť trojuholníkov, vpísaná a opísaná kružnica trojuholníku, obvod a obsah trojuholníka.

##### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

◆ **Pri riešení úloh využívať vlastnosti trojuholníka, vypočítať obvod a obsah trojuholníka**

1. V trojuholníku  $ABC$  definujte  $v_a, t_b$  a strednú priečku  $B'C'$ .
2. V trojuholníku  $KLM$  majú stredné priečky dĺžky 5 cm, 6 cm, 8 cm. Určte obvod trojuholníka  $KLM$ .
3. V trojuholníku  $OPR$  majú vrcholy  $O, P, R$  od ťažiska  $T$  vzdialenosť  $|OT| = 7$  cm,  $|PT| = 5$  cm,  $|RT| = 6$  cm. Určte dĺžky ťažníc  $t_o, t_p, t_r$ .

◆ **Riešiť pravouhlý trojuholník**

4. V pravouhlom trojuholníku  $JKL$  sú dané  $|JK| = 7$  cm,  $|KL| = 9$  cm,  $|\angle LJK| = 90^\circ$ . Vypočítajte dĺžku strany  $JL$ , obvod a obsah trojuholníka  $JKL$ .
5. Pravouhlý trojuholník  $PRS$  s pravým uhlom pri vrchole  $S$  je určený:
  - a)  $r = 5$  cm,  $|\angle PRS| = 52^\circ 30'$
  - b)  $s = 12$  cm,  $p = 7$  cm
  - c)  $s = 8,6$  cm,  $|\angle RPS| = 41^\circ 50'$

Dopočítajte veľkosti chýbajúcich strán a uhlov.

♦ **Riešiť úlohy na základe zhodnosti a podobnosti trojuholníkov**

6. Rozhodnite, či sú dané trojuholníky zhodné. Ak áno, napíšte, podľa ktorej vety sú zhodné.

a)  $\triangle KLM$  a  $\triangle ABC$

$$|KL| = 6 \text{ cm}, |LM| = 9 \text{ cm}, |\angle KLM| = 96^\circ$$

$$|AB| = 9 \text{ cm}, |AC| = 6 \text{ cm}, |\angle ABC| = 96^\circ$$

b)  $\triangle OPR$  a  $\triangle UVZ$

$$|OP| = 6,3 \text{ cm}, |OR| = 9,4 \text{ cm}, |\angle OPR| = 78^\circ 50'$$

$$|UV| = 6,3 \text{ cm}, |VZ| = 9,4 \text{ cm}, |\angle ZUV| = 78^\circ 50'$$

c)  $\triangle ABC$  a  $\triangle KLM$

$$a = 5\frac{3}{7} \text{ cm}, |\angle ABC| = 65^\circ, |\angle ACB| = 48^\circ$$

$$l = 5\frac{3}{7} \text{ cm}, |\angle MKL| = 48^\circ, |\angle KLM| = 67^\circ$$

7. Vypočítajte výšku stromu, ktorý vrhá tieň dlhý 4,2 m, ak v tom istom čase vedľa stojaci človek vysoký 185 cm vrhá tieň dlhý 0,9 m.

8. Obvod trojuholníka je 0,6 m. Dĺžky jeho strán sú v pomere 3 : 4 : 5. Rozhodnite, či trojuholník je pravouhlý a vypočítajte veľkosti jeho vnútorných uhlov.

♦ **Zostrojť vpísanú a opísanú kružnicu trojuholníku**

9. Je daný rovnostranný trojuholník  $ABC$  so stranou dlhou 6 cm. Zostrojte:

a) vpísanú kružnicu  $m$  do tohto trojuholníka

b) opísanú kružnicu  $k$  tomuto trojuholníku

♦ **Poznatky o trojuholníkoch aplikovať v slovných úlohách**

10. Pravouhlý rovnoramenný trojuholník má odvesny  $a = b = 5$  cm. Koľko percent z obsahu kruhu opísaného trojuholníku tvorí obsah trojuholníka?

### 3.2 OBVODY A OBSAHY ROVINNÝCH ÚTVAROV

#### OBSAH

Obvod a obsah štvorca, obdĺžnika, kosoštvorca, kosodĺžnika, lichobežníka, kruhu a častí kruhu; obvody a obsahy pravidelných mnohoúhelníkov.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Vypočítat' obvod a obsah štvorca**

1. Obvod štvorca je 128 mm. Vypočítajte jeho obsah.

2. Uhlopriečka štvorca má dĺžku 15 cm. Vypočítajte obvod a obsah tohto štvorca.

3. Koľko štvorcíkov so stranou 0,5 cm možno vystrihnúť zo štvorcového papiera so stranou 0,4 m?

♦ **Vypočítat' obvod a obsah obdĺžnika**

4. Vypočítajte obvod a obsah obdĺžnika s dĺžkou strany 25 cm a dĺžkou uhlopriečky 32 cm.

5. Uhlopriečka obdĺžnika zvierá s jednou jeho stranou dĺžky 12,6 cm uhol  $33^\circ 50'$ . Vypočítajte obvod obdĺžnika.

6. Strany obdĺžnika 12 cm a 15 cm zväčšite v pomere 5 : 3. O koľko percent sa zväčší obsah obdĺžnika?

◆ **Vypočítať obvod a obsah rovnobežníka**

7. Uhlopriečky kosoštvorca majú dĺžky 12 cm a 16 cm. Vypočítajte obvod a obsah kosoštvorca.
8. V rovnobežníku  $KLMN$  je daná  $|KL| = 3,5$  dm,  $|LM| = 1,8$  dm,  $|\angle KLM| = 123^\circ$ . Vypočítajte obsah rovnobežníka.
9. Strana kosoštvorca je 1,5-násobkom výšky kosoštvorca. Jeho obsah je  $17,5$  m<sup>2</sup>. Vypočítajte jeho obvod.
10. Mierka výkresu je 500 : 3. Kosodĺžnik na výkrese má stranu  $a = 45$  mm a  $v_a = 27$  mm. Vypočítajte obsah skutočného kosodĺžnika v m<sup>2</sup>.
11. Dĺžka kosodĺžnika je o 4,8 cm dlhšia ako jeho šírka a výška je  $\frac{3}{4}$  z dĺžky. Vypočítajte obsah kosodĺžnika, ak jeho obvod je 54,8 cm.

◆ **Vypočítať obvod a obsah lichobežníka**

12. Základne rovnoramenného lichobežníka majú dĺžku 18,6 cm a 12 cm. Výška lichobežníka je 9,1 cm. Vypočítajte obvod a obsah lichobežníka.
13. V pravouhlom lichobežníku  $ABCD$  je dané  $|AB| = 17$  mm,  $|AC| = 12$  mm,  $|\angle CAB| = 68^\circ 40'$ ,  $|\angle CDA| = 90^\circ$ . Vypočítajte jeho obvod.
14. V rovnoramennom lichobežníku je základňa  $a$  dvojnásobkom dĺžky základne  $c$  zmenšeným o 5 cm a ramená sú o 4 cm dlhšie ako kratšia základňa. Jeho obvod je 63 cm. Vypočítajte obsah lichobežníka.

◆ **Vypočítať obvod a obsah pravidelného mnohouholníka**

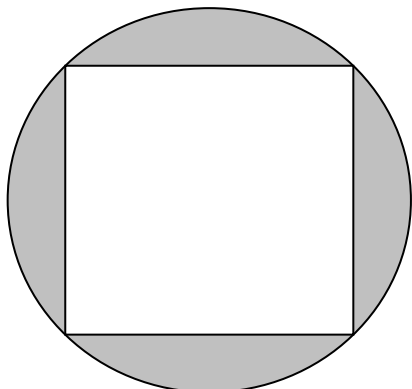
15. Vypočítajte obvod a obsah pravidelného šesťuholníka so stranou 8,2 cm.
16. Obvod pravidelného 10-uholníka je 420 mm. Vypočítajte jeho obsah.
17. Vypočítajte obvod a obsah pravidelného 9-uholníka, ak
- polomer vpísanej kružnice je 7 cm
  - priemer opísanej kružnice je 10 cm.
18. Vypočítajte veľkosť vnútorných a vonkajších uhlov pravidelného:
- 5-uholníka
  - 8-uholníka.

◆ **Vypočítať obvod a obsah kruhu a jeho častí, vypočítať dĺžku kružnice**

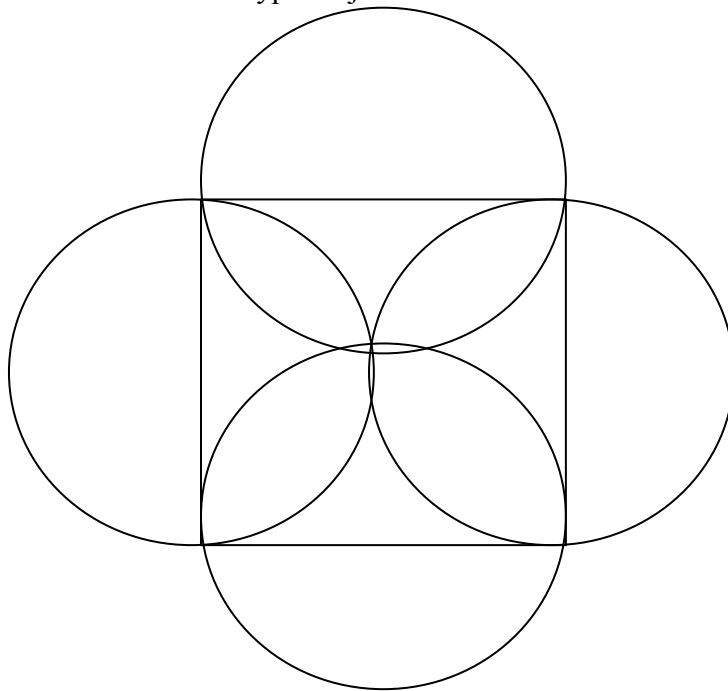
19. Vypočítajte dĺžku kružnice s priemerom 18,3 cm.
20. Obvod kruhu je 584 cm. Vypočítajte jeho obsah.
21. Vypočítajte obvod a obsah kruhového výseku so stredovým uhlom  $\omega = 96^\circ$  a polomerom  $r = 216$  mm.
22. Medzikružie je vytvorené z kružníc s priermi 56 cm a 64 cm. Vypočítajte obsah medzikružia.
23. Kruh s priemerom 52 mm rozdeľuje tetiva  $t = 44$  mm na dva odseky. Vypočítajte ich obvod a obsah.
24. V kružnici s polomerom 7,5 cm sú dve rovnobežné tetivy, ktorých dĺžky sú 9 cm a 12 cm. Vypočítajte vzdialenosť týchto tetív.
25. Kruh má taký istý obsah ako štvorec, ktorého obvod je 338,4 m. Vypočítajte priemer kruhu.

◆ **Riešiť aplikované úlohy na výpočet obvodu a obsahu rovinných útvarov**

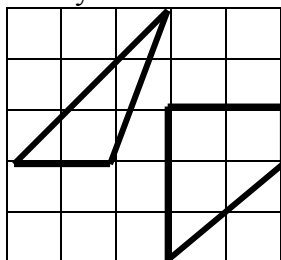
26. Štvorec na obrázku má stranu  $a = 8$  cm. Vypočítajte obsah tmavej časti kruhu. Koľko percent kruhu zaberá tmavá časť?



27. Nad stranami štvorca  $ABCD$  s uhlopriečkou  $u = 18$  cm sú opísané polkružnice, ktoré prechádzajú stredom štvorca. Vypočítajte obsah vzniknutého štvorlístka.



28. Je daný štvorec s dĺžkou strany 5 cm. Vypočítajte, koľko percent jeho plochy zaberajú vyznačené rovinné útvary.



## 4 STEREOMETRIA

### 4.1 VZÁJOMNÁ POLOHA BODOV, PRIAMOK A ROVÍN

#### OBSAH

Bod, priamka, rovina, vzájomná poloha dvoch priamok, priamky a roviny a dvoch rovín.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

##### ♦ Určiť vzájomnú polohu dvoch priamok, priamky a roviny a dvoch rovín

1. Daná je kocka  $ABCDEFGH$ . Zistite, či:
  - a) body  $A, B, F, H$  ležia v jednej rovine
  - b) body  $A, C, G, P$  ležia v jednej rovine, pričom bod  $P$  je stredom hrany  $EA$
  - c) body  $A, C$  a priamka  $DB$  ležia v jednej rovine
2. Daný je kváder  $ABCDEFGH$ . Zistite, či platí:
  - a) bod  $G$  leží v rovine  $EFH$
  - b) úsečka  $FB$  leží v rovine  $HDB$
  - c) priamka  $HG$  neleží v rovine  $ABC$
  - d) priamky  $AH, EA$  ležia v jednej rovine
  - e) roviny  $BCG$  a  $BGF$  sú totožné
  - f) bod  $G$  nie je bodom priamky  $HC$
3. Na modeli pravidelného štvorbokého hranola ukážte:
  - a) dvojice rôznobežných priamok
  - b) dvojice mimobežných priamok
  - c) dvojice rovnobežných priamok
  - d) dvojice rovnobežných rovín
  - e) dvojice rôznobežných rovín
  - f) priamku a rovinu s ňou rovnobežnú
  - g) priamku a rovinu s ňou rôznobežnú
4. Daný je kváder  $KLMNPRST$ . Určte vzájomnú polohu:
  - a) priamok  $PS, KM$
  - b) priamok  $SM, PT$
  - c) priamok  $KM, NL$
  - d) rovín  $PST, PRS$
  - e) rovín  $KNT, PRS$
  - f) rovín  $NMS, LRP$

### 4.2 POVRCH A OBJEM TELIES

#### OBSAH

Povrch a objem kocky, kvádra, hranolov, valca, ihlana, kužeľa a gule. Premena jednotiek dĺžky, obsahu a objemu.

#### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

##### ♦ Vypočítať povrch a objem kocky

1. Vypočítajte objem kocky, ak jej povrch je  $200 \text{ cm}^2$ .
2. Vypočítajte povrch kocky, ak jej objem je  $2744 \text{ dm}^3$ .

3. Hrana kocky je  $a = 24$  cm. Vypočítajte:
  - a) uhlopriečku steny kocky
  - b) telesovú uhlopriečku kocky
4. Za aký čas sa naplní nádrž tvaru kocky s dĺžkou hrany  $a = 1,5$  m, ak každú minútu do nej natečie 40 l vody?
5. Dve železné kocky s hranami 0,7 m a 0,9 m treba nahradiť jednou kockou tak, aby vzniknutá kocka mala rovnaký objem ako obe pôvodné kocky. Akú veľkú hranu bude mať vzniknutá kocka?
6. V jame tvaru kocky s hranou dlhou 2,5 m je nasypaný piesok. Koľko  $m^3$  piesku je v jame, ak je naplnená do  $\frac{3}{5}$  svojej hĺbky?
7. Steny a strop miestnosti tvaru kocky treba natrieť farbou. Koľko farby potrebujeme, ak 1 kg farby vystačí na natretie  $6 m^2$  plochy?

♦ **Vypočítat' povrch a objem kvádra**

8. Vypočítajte povrch a objem kvádra, ak  $a = 15$  cm,  $b = 0,2$  m,  $c = 4$  dm.
9. Vypočítajte povrch kvádra, ak objem je  $1\,600\text{ cm}^3$ ,  $a = 32$  mm,  $b = 5,4$  dm.
10. Do akej výšky siaha hladina vody v akváriu, ktoré má rozmery podstavy 80 cm a 45 cm, keď je v ňom 100 l vody?
11. Koľko tehál potrebujeme na postavenie múru, ktorého výška je 270 cm, šírka 40 cm a dĺžka 10m, ak na  $1 m^3$  treba 280 ks tehál?
12. Kváder má hrany, ktorého dĺžky sú v pomere 1 : 2 : 5 a jeho povrch je  $1\,000\text{ cm}^3$ . Určte dĺžky hrán kvádra.
13. Koľko  $m^2$  dreva potrebujeme na obloženie stien izby, ktorá je vysoká 3,2 m dlhá 7 m a široká 5,5 m?
14. Bazén tvaru kvádra s rozmermi 8 m, 25 m, 3 m treba obložiť štvorcovými dlaždicami so stranou 10 cm.
  - a) Koľko dlaždíc treba na obloženie stien a dna bazéna?
  - b) Koľko korún budú stáť dlaždice na obloženie bazéna, ak 25 ks dlaždíc v balíku stojí 375 Sk?

♦ **Vypočítat' povrch a objem kolmého hranola**

15. Vypočítajte povrch a objem trojbokého hranola, ak výška  $v = 5$  cm a
  - a) podstava má tvar pravouhlého trojuholníka s odvesnami 2 m a 3 m.
  - b) podstava má tvar rovnoramenného trojuholníka, kde rameno má dĺžku 3,5 m a základňa meria 6 m.
16. Vypočítajte povrch a objem pravidelného trojbokého hranola, ak podstavná hrana je 1,4 dm a výška hranola je 25 dm.
17. Vypočítajte povrch a objem pravidelného šesťbokého hranola, ak podstavná hrana je 12 cm a výška je 35 cm.
18. Vypočítajte povrch a objem pravidelného osembokého hranola, ak polomer vpísanej kružnice do podstavy je 0,5 m a výška hranola je 3 m.
19. Koľko  $m^3$  betónu potrebujeme na postavenie stĺpa tvaru pravidelného štvorbokého hranola, ak  $a = 6$  cm a výška stĺpa má byť 2 m?
20. Záhradná nádrž, ktorej dno je štvorec so stranou 150 cm a výška nádrže je 0,8 m, je po okraj naplnená vodou. Koľkými 15 l kanvami možno vodu vyčerpať?

♦ **Vypočítat' povrch a objem valca**

21. Vypočítajte objem valca, ak povrch valca je  $314\text{ cm}^2$  a jeho výška je 10 cm.
22. Vypočítajte obsah plášťa valca, ktorého objem je  $0,5\text{ m}^3$  a polomer podstavy je 6 dm.

23. Valcová cisterna má dĺžku 8 m a obsahuje  $40 \text{ m}^3$  benzínu. Aký je jej vnútorný priemer?
24. Akú výšku má sud tvaru valca, ktorého objem je 130 l a polomer podstavy je 30 cm?
25. Akú hmotnosť má 100 m hliníkového drôtu s priemerom  $d = 3 \text{ mm}$  a hustotou  $\rho = 2,7 \text{ g.cm}^{-3}$ .
26. Určte spotrebu plechu na valcovú nádobu, ktorá má byť zhora otvorená. Priemer dna je 85 cm, výška 57 cm. Na odpad treba pripočítať 8 % materiálu.
27. Akú hmotnosť má betónový príklop studne kruhového tvaru s priemerom 1,2 m a hrúbkou príklopu 10 cm?  $1 \text{ m}^3$  betónu má hmotnosť 2 200 kg.
28. Miestnosť v hradnej veži má tvar valca s priemerom 2,9 m. koľko bude stáť vybielenie miestnosti, ak za  $1 \text{ m}^2$  sa platí 25 Sk?
29. Cestný valec má priemer 1,4 m a dĺžku 160 cm.
- Koľko  $\text{m}^2$  cesty povalcuje, ak sa otočí 95-krát?
  - Koľkokrát sa otočí, keď zvalcuje 3 km dlhý úsek?

♦ **Vypočítajte povrch a objem ihlana**

30. Daný je pravidelný štvorboký ihlan.
- Vypočítajte jeho objem a povrch, ak  $a = 6,5 \text{ cm}$ ,  $s = 7,5 \text{ cm}$ .
  - Vypočítajte výšku ihlana a výšku bočnej steny ihlana, ak  $V = 212 \text{ m}^3$ ,  $a = 72 \text{ dm}$ .
31. Vypočítajte, koľko zeminy sa zmestí do jamy tvaru štvorbokého ihlana, ktorej bočná hrana má dĺžku 5 m a so štvorcovou podstavou zvierá uhol  $60^\circ$ .
32. Koľko plátna sa spotrebuje na zhotovenie stanu, ktorý má tvar pravidelného štvorbokého ihlana, ktorého hrana podstavy  $a = 1,8 \text{ m}$  a výška  $v = 1,7 \text{ m}$ . Na odpad počítajte 8 %.
33. Strechu tvaru pravidelného štvorbokého ihlana s výškou 8,4 m a podstavou hranou 4,5 m treba pokryť plechom.
- Koľko  $\text{m}^2$  plechu potrebujeme?
  - Koľko korún sa zaplatí pokrývačovi, ak od  $1 \text{ m}^2$  berie 300 Sk?

♦ **Vypočítajte povrch a objem rotačného kužeľa**

34. Daný je rotačný kužeľ.
- Vypočítajte objem, stranu a obsah plášťa, ak  $r = 2,4 \text{ m}$ ,  $v = 55 \text{ dm}$
  - Vypočítajte výšku, stranu a povrch, ak  $V = 3 \text{ dm}^3$ ,  $r = 1,5 \text{ dm}$
  - Vypočítajte obsah plášťa, výšku a objem, ak  $d = 13 \text{ cm}$ ,  $s = 14 \text{ cm}$
  - Vypočítajte stranu, výšku a objem, ak  $S_{\text{pl}} = 120 \text{ cm}^2$ ,  $r = 40 \text{ mm}$ .
35. Strecha veže má tvar rotačného kužeľa s priemerom podstavy 15 m. Strana má od roviny podstavy odchýlku  $35^\circ$ . Vypočítajte spotrebu krytiny na túto vežu.
36. Rybník má rozlohu 2,5 ha. Jeho dno sa rovnomerne zvažuje ku stredu, kde je hĺbka 2,8 m. objem vody v rybníku môžeme určiť ako objem kužeľa s výškou 2,8 m a obsahom podstavy 2,5 ha.
- Vypočítajte objem vody v rybníku.
  - Za koľko hodín sa rybník vypustí, keď za 1 sekundu vytečie priemerne 9 hl vody?
37. Kužeľovitá nádoba s polomerom 15 cm a výškou 40 cm je po okraj naplnená vodou. Vodu sme preliali do nádoby tvaru valca s polomerom podstavy 12 cm.
- Koľko vody bolo v kužeľovitej nádobe?
  - Do akej výšky siaha voda vo valcovej nádobe?

♦ **Vypočítajte povrch a objem gule**

38. Objem gule je  $100 \text{ m}^3$ . Vypočítajte jej povrch.
39. Povrch gule je  $1\,000 \text{ m}^2$ . Vypočítajte jej objem.
40. Železná guľa má hmotnosť 100 kg. hustota železa je  $7\,600 \text{ kg.m}^{-3}$ . Vypočítajte objem, povrch a priemer gule.

41. Vypočítajte objem dutej gule, ktorej vonkajší priemer je 16 cm a vnútorný priemer je 10 cm.
42. Koľko farby treba na natretie veže tvaru gule s priemerom 8 m, ak 1 kg farby postačí na  $6 \text{ m}^2$  plochy?
43. Dve gule s priemerom 8 cm zliali do jednej gule. Vypočítajte objem novej gule.

# ROZŠIRUJÚCE UČIVO V PODOBE MODULOV

## Modul č. 1 KVADRATICKÉ ROVNICE

### OBSAH

Kvadratická rovnica, riešenie úpravou na štvorec, riešenie pomocou diskriminantu, koeficienty kvadratickej rovnice, korene kvadratickej rovnice a súvis ich počtu s diskriminantom, vzťahy medzi koreňmi a koeficientami.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

#### ♦ Efektívne riešiť všetky typy kvadratických rovníc

- Riešte rovnicu a urobte skúšku správnosti:
  - $x^2 + 4x + 4 = 0$
  - $2x^2 = x$
  - $9x^2 - 81 = 0$
  - $x \cdot (x + 3) = 5x + 3$
  - $(2x - 3)^2 - 7 \cdot (2x - 3) = 8$
  - $3 \cdot (3x - 2) = (x + 4) \cdot (4 - x)$
- V pravouhlom trojuholníku je jedna odvesna o 1 cm kratšia ako prepona a druhá je o 2 cm kratšia ako prepona. Určte dĺžky strán trojuholníka.

#### ♦ Poznať a aplikovať vzťahy medzi koreňmi a koeficientmi kvadratickej rovnice

- Vypočítajte spamäti druhý koreň kvadratickej rovnice, ak poznáte prvý koreň. Niektoré rovnice majú utajený koeficient (\*).
  - $3x^2 + 11x - 14 = 0$   $x_1 = 1$
  - $x^2 + *x + 14 = 0$   $x_1 = -2$
  - $x^2 + 6x + * = 0$   $x_1 = 4$
  - $3x^2 - 41x + * = 0$   $x_1 = 12$
- Napíšte kvadratickú rovnicu, ktorej korene  $x_1, x_2$  vyhovujú podmienkam:  $x_1 + x_2 = 9$  a  $x_1^2 - x_2^2 = 27$ .

#### ♦ Rozložiť na súčin kvadratický trojčlen

- Upravte kvadratický trojčlen na tvar  $(X \pm A)^2 \pm B$ :
  - $x^2 + 6x + 5$
  - $x^2 - 10x + 7$
  - $x^2 - 8x + 7$
  - $x^2 + 11x + 30$
  - $x^2 + 3x - 28$
  - $x^2 - x + 2$
- Upravte na súčin:
  - $(x - 1) \cdot (x - 3) - (x - 1) \cdot (2x + 5)$
  - $(5x - 7)^2 + (x + 1) \cdot (5x - 7)$
  - $5x \cdot (3x - 5) - 3x + 5$

## Modul č. 2 TRIGONOMETRIA

### OBSAH

Vnútorne uhly trojuholníka, strany trojuholníka, funkcia  $\sin x$ ,  $\cos x$ , sínusová veta, kosínusová veta, Pytagorova veta.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

#### ♦ V príkladoch aplikovať sínusovú, kosínusovú a Pytagorovu vetu

- Určte ostatné prvky trojuholníka, ak je dané:
  - $a = 20$  m,  $b = 13$  m,  $\alpha = 67^\circ$

- b)  $c = 5,1 \text{ km}$ ,  $\alpha = 148^\circ$ ,  $\beta = 16^\circ$   
 c)  $a = 65 \text{ m}$ ,  $c = 46 \text{ m}$ ,  $\alpha = 42^\circ$
2. Aký dlhý bude priamy tunel spájajúci mestá  $A$ ,  $B$ , ak mesto  $C$  leží od nich bokom tak, že platí,  $AC = 170 \text{ m}$ ,  $BC = 250 \text{ m}$ ,  $\angle CAB = 85^\circ$ .
  3. Aká vysoká je veža, ak jej pätu vidíme z okna umiestneného 15 metrov nad horizontálnou rovinou v hĺbkovom uhle  $12^\circ$  a vrchol vo výškovom uhle  $25^\circ$ ?
  4. Budova vysoká 15 metrov je od brehu rieky vzdialená 30 metrov. Z vodorovnej strechy tejto budovy vidíme šírku rieky pod uhlom  $15^\circ$ . Aká široká je rieka?

## Modul č. 3 OBJEM A POVRCH ZREZANÝCH TELIES

### OBSAH

Zrezaný ihlan, zrezaný kužeľ, časti gule, objem a povrch týchto telies.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

#### ♦ Vypočítať povrch a objem zrezaného ihlana

1. Jama má tvar pravidelného štvorbokého zrezaného ihlana. Hrany podstav sú 14 m a 10 m. Bočné steny zvierajú s menšou podstavou uhol  $135^\circ$ . Koľko  $\text{m}^3$  zeminu sa vykopalo pri hĺbení jamy?
2. Vypočítajte objem pravidelného šesťbokého zrezaného ihlana, ak je dĺžka hrany dolnej podstavy 30 cm, hornej podstavy 12 cm. Dĺžka bočnej hrany je 41 cm.
3. Krabica má tvar pravidelného štvorbokého ihlana. Jej podstavné hrany majú dĺžku 30 cm a 20 cm. Výška krabice je 15 cm. Koľko  $\text{cm}^2$  papiera budeme potrebovať na jej oblepenie?

#### ♦ Vypočítať povrch a objem zrezaných rotačných telies

4. Povrch rotačného zrezaného kužeľa so stranou 13 cm je  $510\pi \text{ cm}^2$ . Určte polomery jeho podstav, ak ich rozdiel je 10 cm.
5. Vypočítajte povrch guľového odseku, ak poznáte jeho objem  $141,4 \text{ cm}^3$  a výšku 3 cm.
6. Objem guľového odseku, ktorého výška je 3 cm je  $18,85 \text{ cm}^3$ . Vypočítajte veľkosť polomeru jeho podstavy.
7. Plechový kryt tvaru guľového vrchlíka má byť zvonka pochrómovaný. Aký je obsah pochrómovanej plochy, keď  $r = 1,5 \text{ dm}$  a  $v = 6 \text{ cm}$ ?

## Modul č. 4 KOMBINATORIKA

### OBSAH

Variácie, permutácie, kombinácie, kombinatorické pravidlo súčtu a súčinu, faktoriál, počítanie s faktoriálom, kombinačné číslo, Pascalov trojuholník.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

#### ♦ Riešiť jednoduché kombinatorické úlohy systematickým vypisovaním možností

1. Koľko trikolór môžeme urobiť zo 7 farieb?
2. Koľko päťciferných čísel bez opakovania môžeme vytvoriť z čísl 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
3. V miestnosti je 5 ľudí. Koľko podaní rúk sa uskutoční, ak si ruku podá každý s každým?

4. Koľkými spôsobmi môžeme z kolektívu, kde je 12 dievčat a 15 chlapcov, vybrať päťčlenné družstvo pozostávajúce z 3 chlapcov a 2 dievčat?

♦ **Poznať pojem faktoriál a vedieť počítať s faktoriálmi**

5. Vypočítajte:

a)  $\frac{8!}{5!}$                       b)  $\frac{9! \cdot 3!}{5!}$                       c)  $\frac{5! \cdot 4!}{6!}$                       d)  $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

6. Upravte výrazy s faktoriálom:

a)  $\frac{(n+2)!}{n!} - 2 \cdot \frac{(n+1)!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!}$                       b)  $\frac{n!}{(n-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-2)!} - \frac{(n-2)!}{(n-3)!}$

♦ **Riešiť zložitejšie kombinatorické úlohy rozložením na jednoduchšie úlohy využitím kombinatorického pravidla súčtu a súčinu alebo pomocou základných vzorcov pre výpočet variácií, permutácií a kombinácií**

7. Šesť družstiev hrá turnaj vo futbale systémom každý s každým. Koľko zápasov odohrajú?  
 8. Koľkými spôsobmi môžeme z 15 dievčat a 10 chlapcov vytvoriť tanečný pár chlapec a dievča?  
 9. Na škole s 20 triedami bude lekárska prehliadka v štyroch náhodne vybraných triedach. Koľko rôznych spôsobov výberu tried môže nastať?  
 10. Koľkými spôsobmi môžeme postaviť vedľa seba tri modré, dva žlté a tri červené hrnčeky tak, aby hrnčeky rovnakej farby stáli vedľa seba?

## Modul č. 5 PRAVDEPODOBNOŠŤ

### OBSAH

Jav, pravdepodobnosť javu, náhodný jav, istý jav, nemožný jav.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Aplikovať základný vzorec pre výpočet pravdepodobnosti javu, ktorého počet je možné určiť jednoduchým výpočtom alebo kombinatorickou úvahou**

- Aká je pravdepodobnosť, že študent správne odpovie aspoň na 5 otázok, keď test obsahuje 16 otázok a na každú z nich sú možné 4 odpovede?
- Zo 100 vyrobených súčiastok vyberáme na kontrolu 20. Medzi 100 súčiastkami je 15 nepodarkov. Aká je pravdepodobnosť, že vyberieme:
  - 18 dobrých súčiastok
  - 15 bude nepodarkov a 5 bude dobrých súčiastok?
- Z 20 broskýň sú dve nahnité. Aká je pravdepodobnosť, že pri výbere dvoch broskýň nebude ani jedna nahnitá?
- Štátna lotéria vydala 100 000 žrebov. Jeden žreb vyhráva milión korún, 5 žrebov má výhru po 100 000 korún, 20 žrebov má výhru po 20 000 korún a tisíc žrebov má výhru po 10 Sk. Aká je pravdepodobnosť, že po zakúpení jedného žrebu vyhráme?
- V LOTTO žrebujú 5 čísel z celkového počtu 35 čísel. Aká je pravdepodobnosť, že uhádneme všetkých 5 čísel a vyhráme prvú cenu?

## Modul č. 6 ŠTATISTIKA

### OBSAH

Štatistický súbor, znak, rozsah súboru, absolútna početnosť, relatívna početnosť, aritmetický priemer, vážený priemer, modus, medián, tabuľka rozdelenia početnosti, histogram.

### POŽIADAVKY NA VEDOMOSTI A ZRUČNOSTI

♦ **Na konkrétnych príkladoch určiť štatistický súbor, štatistickú jednotku a znak, rozsah štatistického súboru, vypočítať aritmetický priemer**

1. Pri športovej streľbe sa v jednej sérii dosiahli tieto výsledky: 9, 9, 8, 10, 7, 8, 9, 9, 10. Určte priemerný výsledok.
2. Pri meraní výšky študentiek v 3. A triede namerali tieto hodnoty v centimetroch: 175, 160, 178, 165, 162, 160, 173, 178, 180, 162, 164, 170, 181, 175, 162, 159. Vypočítajte aritmetický priemer a vážený aritmetický priemer výšky študentiek.

♦ **Vykonať triedenie štatistického súboru (podľa kvalitatívneho alebo kvantitatívneho znaku), určiť absolútne a relatívne početnosti znaku, zostaviť tabuľku početnosti, graficky znázorniť početnosť**

3. Pri polročnom vysvedčení v triede s 25 žiakmi boli takéto výsledky:

<i>Prospech</i>	<i>Početnosť</i>
Prospol s vyznamenaním	4
Prospol veľmi dobre	8
Prospol	12
Neprospol	1

Určte relatívne početnosti jednotlivých znakov. Rozdelenie početnosti znázornite graficky.

4. Pri zisťovaní počtu maloletých detí v 20 domácnostiach sme dostali výsledky: 0, 0, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 2, 4. Usporiadajte údaje do tabuľky rozdelenia početnosti, vypočítajte relatívnu početnosť.

♦ **Vypočítať, aritmetický priemer, modus a medián**

5. Vypočítajte aritmetický priemer, medián a modus zo súboru hodnôt: 8,2; 8,3; 8,5; 8,1; 8,2; 8,7; 8,2; 8,4; 8,7.
6. Súborom je 20 zamestnancov, znakom je ich ročný príjem (v tisícoch korún). Rozdelenie početnosti je v tabuľke. Určte priemerný mesačný príjem zamestnanca, modus a medián.

<i>Ročný príjem</i>	130	138	242	150	155	264
<i>Početnosť</i>	4	6	3	5	1	1

## ODPORÚČANIA NA VYUŽITIE VZDELÁVACIEHO ŠTANDARDU

Vzdelávací štandard z matematiky má plniť viacero funkcií. Z hľadiska očakávaného prínosu pri zvyšovaní kvality vzdelávania je dôležitá regulačná funkcia pri riadení výchovno-vzdelávacieho procesu a kontrole jeho výsledkov.

Predmetové komisie by ho mali využívať pri navrhovaní rozsahu vyučovania matematiky v učebnom pláne školy, pri stanovovaní cieľov vyučovania matematiky so zreteľom na požiadavky vo vzdelávacom štandarde a pri výbere metód, prostriedkov a foriem priebežného, tematického a komplexného overovania a hodnotenia vedomostí a zručností žiakov.

Vedenie školy by malo vytvoriť optimálne podmienky pre zvládnutie vzdelávacieho štandardu, kontrolovať dosiahnuté výsledky a na základe toho odporúčať úpravy v obsahu vzdelávania a spôsobov jeho sprístupňovania tak, aby vzdelávací štandard na primeranej úrovni zvládla väčšina žiakov.

So vzdelávacím štandardom by mali byť oboznámení aj samotní žiaci a ich rodičia. Žiaci by tak získali prehľad o tom, aké vedomosti a zručnosti majú záväzne ovládať. Rodičia by mali možnosť aktívne sa zaujímať a usmerňovať prácu žiaka, sledovať jeho výkony, zároveň by mali možnosť požadovať, aby škola poskytla v matematike projektované štandardné vzdelanie.