M O N I T O R 2002
– pilotné testovanie maturantov

Matematika – test M-1, 2. časť

Forma A

Riešenia a pokyny na hodnotenie

1. **Všeobecné pokyny sú <u>na zadnej strane</u> tohto obalu.**
2. **Pokyny na hodnotenie jednotlivých úloh sú <u>vnútri</u> obalu.**

Odborný garant projektu: Štátny pedagogický ústav, Bratislava
Realizácia projektu: EXAM ®, Bratislava

Úloha 1 (forma A) – 5 bodov

Riešenie:

Porovnaním výrazov $y = \sqrt{3}\,x - 19{,}6\,x^2$ a $y = x\ \mathrm{tg}\,\delta - 4{,}9\,\dfrac{x^2}{v^2\cos^2\delta}$ dostávame:

a) $\mathrm{tg}\,\delta = \sqrt{3}$ (*). Keďže zo zadania úlohy môžeme predpokladať, že $\delta \in (0, 90^\circ)$, platí $\delta = 60^\circ$ (**) .

Poznámka: za prípustné hodnoty veľkosti uhla δ považujeme aj 60° + *k*. 360°, $k \in Z$.

b) $\dfrac{4{,}9}{v^2\cos^2\delta} = 19{,}6$ (***). Podľa (**) $\cos\delta = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$. Dosadením za $\cos\delta$ do (***) dostávame $\dfrac{4{,}9}{v^2\cdot\frac{1}{4}} = 19{,}6$, odkiaľ $v^2 = 1$, a teda (keďže hľadané riešenie musí byť kladné) $v = 1$.

Lopta bola vyhodená pod uhlom veľkosti 60° rýchlosťou 1 m . s^{-1}.

Pokyny na hodnotenie úlohy 1:

- za správne určenie veľkosti uhla δ (v stupňoch alebo radiánoch) **2 body**

  z toho
  - za správne zdôvodnenie rovnicou (*), resp. slovným popisom, akou úvahou sa dá zistiť hodnota tg δ **1 bod**
  - za správne určenú číselnú hodnotu δ **1 bod**

- za správne určenie veľkosti rýchlosti **3 body**

  z toho
  - za správne určenie cos δ, resp. $\cos^2 \delta$ **1 bod**
  - za uvedenie rovnice $\dfrac{4{,}9}{v^2 \cos^2 \delta} = 19{,}6$ **1 bod**

    Poznámka: ak žiak určil hodnotu δ a priamo napísal rovnicu $\dfrac{4{,}9}{v^2 \cdot \dfrac{1}{4}} = 19{,}6$, získava obidva predchádzajúce body.
  - za správne určenú hodnotu v **1 bod**

    Poznámka: ak žiak okrem správnej hodnoty uvedie ako riešenie aj hodnotu $v = -1$, tak sa tento bod (v súlade s bodom (4) „Všeobecných pokynov“) neudelí.

Úloha 2 (forma A) – 5 bodov

Riešenie:

Uvedieme tri spôsoby riešenia:

I) Riešenie rovnicou:

I a) Jozefovi po zaplatení daní zvýšilo 171 707 korún, teda jeho celkový ročný príjem musel byť vyšší ako 100 000 Sk. Nakoľko 171 700 + 10 500 = 182 200, musel byť Jozefov príjem dokonca vyšší ako 180 000 Sk.

Označme x sumu prevyšujúcu 180 000. Teda celkový Jozefov príjem je 180 000 + x, jeho dane sú 26 500 + 0,25x.
Platí 26 500 + 0,25x + 171 707 = 180 000 + x, odtiaľ x = 24 276.
Jozefov celoročný príjem bol 24 276 + 180 000 = 204 276.

Jozefov celoročný príjem bol 204 276 Sk.

I b) Ak označíme x celkový ročný príjem pána Jozefa, potom jeho dane sú 26 500 + 0,25(x – 180 000).
Platí 26 500 + 0,25(x – 180 000) + 171 707 = x, odtiaľ x = 204 276.

Jozefov celoročný príjem bol 204 276 Sk.

II) Riešenie vychádzajúce z tabuľky pre zostatok:

celkový ročný príjem *p*		**zostatok**
	do 30 000 Sk	p
od 30 000 Sk	do 100 000 Sk	30 000 + 85 % zo sumy prevyšujúcej 30 000 Sk (maximálne 89 500)
od 100 000 Sk	do 180 000 Sk	89 500 + 80 % zo sumy prevyšujúcej 100 000 Sk (maximálne 153 500)
nad 180 000 Sk		153 500 + 75 % zo sumy prevyšujúcej 180 000 Sk

Z posledného riadku tejto tabuľky je zrejmé, že Jozefov celkový ročný príjem presiahol 180 000 Sk. Ak označíme x sumu prevyšujúcu 180 000, dostaneme z posledného riadku tabuľky rovnicu $171\,707 = 153\,500 + 0{,}75x$, ktorej riešením je $x = 24\,276$. Jozefov celoročný príjem bol teda 180 000 + 24 276 = 204 276.

Jozefov celoročný príjem bol 204 276 Sk.

III) Žiak môže riešenie aj “uhádnuť”. V takom prípade musí vykonať “skúšku správnosti” dosadením do pôvodného zadania a musí zdôvodniť, že úloha nemôže mať viac ako 1 riešenie.

Uvádzame 2 príklady možných zdôvodnení, že úloha má najviac 1 riešenie:

a) *tabuľka pre zostatok*

Žiak uvedie tabuľku pre zostatok po zdanení (tabuľku uvádzame v riešení **II**), z ktorej je zrejmé, že čím väčší je celoročný príjem, tým väčší je aj zostatok po zdanení.

b) *slovné zdôvodnenie*

V jednom zdaňovacom pásme platí, že čím je väčší celkový príjem, tým je väčší zostatok. Pri prechode do vyššieho pásma platí, že zostatok po zdanení najvyššej sumy ročného príjmu v nižšom pásme je rovnaký ako zostatok po zdanení najnižšej sumy v nasledujúcom vyššom pásme. Teda čím väčší je celoročný príjem, tým väčší je aj zostatok po jeho zdanení.

Pokyny na hodnotenie úlohy 2:

I)

- za správne určenie pásma Jozefovho celoročného príjmu **1 bod**
  (určenie pásma môže mať aj charakter skúšky: žiak zvolí zlé pásmo, dostane ako výsledok sumu, ktorá nepatrí do uvedeného pásma a na základe toho zmení pásmo na správne)
- za správne zostavenie rovnice **2 body**

  Poznámka: ak za zostavenie rovnice žiak nezíska ani jeden bod, zvyšok riešenia považujeme za nesprávny.
- za správne vyriešenie rovnice **1 bod**
- za správne určenie Jozefovho celoročného príjmu **1 bod**

II)

- za tabuľku zvyškov **2 body**
- za správne zostavenú rovnicu **1 bod**
- za správne riešenie rovnice **1 bod**

  Poznámka: predchádzajúce 2 body prideľte aj v prípade, že žiak bez zostavenia rovnice vypočíta sumu, o ktorú Jozefov celoročný príjem prevyšuje 180 000 Sk, pokiaľ je z jeho zápisu zrejmé, že ju počítal z posledného riadku tabuľky zvyškov (teda napíše ju napríklad v tvare $\frac{171\,707 - 153\,500}{0{,}75}$).
- za správne určenie Jozefovho celoročného príjmu **1 bod**

III)

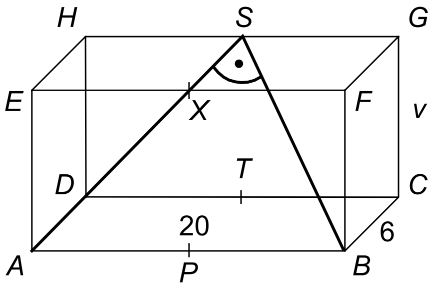
- za korektné zdôvodnenie, že úloha má najviac jedno riešenie **3 body**
- za riešenie odhadom so spätnou kontrolou dosadením do zadania úlohy **2 body**

  Poznámka: za uvedenie Jozefovho príjmu bez kontroly dosadením prideľte 0 bodov.

Úloha 3 (forma A) – 5 bodov

Riešenie:

Náčrt:



Uvádzame niekoľko možných riešení:

I) Označme P stred hrany AB, T stred hrany CD, v hľadanú výšku kvádra. Keďže $\Delta\, ABS$ je pravouhlý, bod S leží na Tálesovej kružnici zostrojenej nad priemerom AB. Teda $|SP| = |AP| = |PB| = 10$.
(Iné zdôvodnenie: keďže $\Delta\, ABS$ je pravouhlý a rovnoramenný, platí $|SP| = |AP| = |PB| = 10$.)
V pravouhlom $\Delta\, PTS$ z Pytagorovej vety vyplýva $v = \sqrt{|SP|^2 - |PT|^2} =$
$= \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Výška kvádra je 8.

II) Keďže $\Delta\, ABS$ je pravouhlý a rovnoramenný ($|AS| = |BS|$), musí podľa Pytagorovej vety platiť $400 = |AB|^2 = |AS|^2 + |BS|^2 = 2|BS|^2$, odkiaľ $|BS|^2 = 200$ (*).

II a) Označme T stred hrany CD, v hľadanú výšku kvádra. Z pravouhlých trojuholníkov $\Delta\, BST$ a $\Delta\, BTC$ použitím Pytagorovej vety postupne dostávame

$$|BS|^2 = |ST|^2 + |BT|^2 = v^2 + |BT|^2,$$
$$|BT|^2 = |BC|^2 + |CT|^2 = 6^2 + 10^2 = 136,$$

teda $$|BS|^2 = v^2 + 136.$$

Dosadením (*) dostávame 200 = v^2 + 136, teda v^2 = 64. Keďže hľadané v je kladné, dostávame jediné riešenie $v = 8$.

II b) V kvádri $APTDEXSH$ je úsečka AS uhlopriečkou, teda platí $|AS|^2 = |AP|^2 + |PT|^2 + |TS|^2$. Odtiaľ $200 = 10^2 + 6^2 + v^2$ (**), teda v^2 = 64. Keďže hľadané v je kladné, dostávame jediné riešenie $v = 8$.

Výška kvádra je 8.

III) Zvoľme v priestore pravouhlú súradnicovú sústavu tak, aby body *A, B, D, S* mali súradnice $D[0,0,0]$, $A[6,0,0]$, $B[6,20,0]$, $S[0,10,v]$. V tejto súradnicovej sústave budú mať

III a) vektory $\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BS}$ súradnice $\overrightarrow{AS} = (-6,10,v), \overrightarrow{BS} = (-6,-10,v)$. Tieto vektory sú podľa zadania kolmé, preto pre ich skalárny súčin musí platiť $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BS} = 0$ (♣), teda $36 - 100 + v^2 = 0$ (♣♣), odkiaľ $v^2 = 64$. Keďže hľadané *v* je kladné, dostávame jediné riešenie $v = 8$.

III b) strany pravouhlého trojuholníka *ABS* dĺžky: $|AS| = |BS| = \sqrt{36 + 100 + v^2}$, $|AB| = 20$. Podľa Pytagorovej vety platí $400 = 2.(36 + 100 + v^2)$ (♠). Keďže hľadané *v* je kladné, dostávame jediné riešenie $v = 8$.

Výška kvádra je 8.

Pokyny na hodnotenie úlohy 3:

I)

- za správne uvedenú dĺžku strany *SP* so zdôvodnením postupu **2 body**

  z toho
  - ➩ za správne uvedenú dĺžku strany *SP* **1 bod**
  - ➩ za zdôvodnenie **1 bod**

- za správne použitie Pytagorovej vety v trojuholníku *PTS* **2 body**
- za správne určenie výšky kvádra **1 bod**

  Poznámka: ak žiak okrem správnej hodnoty uvedie ako riešenie aj hodnotu $v = -8$, tak sa tento bod (v súlade s bodom (4) „Všeobecných pokynov“) neudelí.

II)

- za správny výpočet dĺžky $|BS|^2$, resp. $|BS|$ **2 body**

II a)

- za správny výpočet dĺžky $|BT|^2$, resp. $|BT|$ **1 bod**
- za vyjadrenie výšky kvádra pomocou Pytagorovej vety **1 bod**

  (len v prípade, že v Pytagorovej vete je použitá jediná neznáma *v*, resp. že žiak na inom mieste vypočítal veľkosti ostatných strán vystupujúcich v tomto vyjadrení*)*

- za správne určenie výšky kvádra **1 bod**

  Poznámka: ak žiak okrem správnej hodnoty uvedie ako riešenie aj hodnotu $v = -8$, tak sa tento bod (v súlade s bodom (4) „Všeobecných pokynov“) neudelí.

II b)

- za správne zostavenie rovnice pre výpočet výšky kvádra (**) **2 body**

  (len v prípade, že v rovnici je použitá jediná neznáma *v*, resp. že žiak na inom mieste vypočítal veľkosti ostatných strán vystupujúcich v tomto vyjadrení*)*
- za správne určenie výšky kvádra **1 bod**

Poznámka: Ak žiak okrem správnej hodnoty uvedie ako riešenie aj hodnotu $v = -8$, tak sa tento bod (v súlade s bodom (4) „Všeobecných pokynov“) neudelí.

III)

- za určenie súradníc bodu *S* a aspoň jedného z bodov *A*, *B* **<u>1 bod</u>**

III a)

- za správne použitie skalárneho súčinu **<u>3 body</u>**

  z toho

  ↳ za určenie súradníc vektorov $\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BS}$ **1 bod**

  ↳ za konštatovanie (slovne alebo rovnicou), že skalárny súčin musí byť nula **1 bod**

  ↳ za správnu úpravu skalárneho súčinu (♣♣) **1 bod**

- za správne určenie výšky kvádra **<u>1 bod</u>**

  Poznámka: Ak žiak okrem správnej hodnoty uvedie ako riešenie aj hodnotu $v = -8$, tak sa tento bod (v súlade s bodom (4) „Všeobecných pokynov“) neudelí.

III b)

- za správne použitie Pytagorovej vety (♠) **<u>3 body</u>**

  z toho

  ↳ za určenie dĺžok strán *AS*, *BS* **2 body**

- za správne určenie výšky kvádra **<u>1 bod</u>**

  Poznámka: Ak žiak okrem správnej hodnoty uvedie ako riešenie aj hodnotu $v = -8$, tak sa tento bod (v súlade s bodom (4) „Všeobecných pokynov“) neudelí.

Úloha 4 (forma A) – 6 bodov

Riešenie:

Citát (1):
Žiak musí uviesť, že novinárov záver je matematicky nesprávny a svoje tvrdenie podporiť správnym protipríkladom. Uvedieme dva z možných protipríkladov:

1) Aritmetický priemer čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1000 je 128,5. (Z ôsmich uvedených čísel je len jedno väčšie ako aritmetický priemer.)
2) Aritmetický priemer čísel 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3 je 3. (Z ôsmich uvedených čísel ani jedno nie je väčšie ani menšie ako aritmetický priemer.)

Citát (2):
Žiak musí uviesť jednu z troch možných správnych odpovedí:

1) Novinárov záver je matematicky nesprávny v prípade, že počet obyvateľov v prešovskom kraji je iný (väčší alebo menší) ako počet obyvateľov bratislavského kraja. Správny je v prípade, že bratislavský a prešovský kraj majú (približne) rovnaký počet obyvateľov.

2) Novinárov záver je matematicky nesprávny, lebo počet obyvateľov v prešovskom kraji je vyšší ako počet obyvateľov v bratislavskom kraji.

3) Novinárov záver je matematicky nesprávny, pretože počet obyvateľov v prešovskom kraji je iný ako počet obyvateľov v bratislavskom kraji.

Svoje tvrdenie musí zdôvodniť. Toto zdôvodnenie môže mať podobu:

I) *slovnú*

Žiak musí uviesť

I a) argument, že pri rôznom počte obyvateľov bratislavského a prešovského kraja sa miera nezamestnanosti (počet percent, ktoré z obyvateľov kraja tvoria nezamestnaní) v každom z krajov počíta z iného základu.

I b) zdôvodnenie, že pri rôznych základoch x a y nie je číslo „4p percent zo základu x“ 4-násobkom čísla „p percent zo základu y“ (žiak môže zvoliť konkrétne číslo p súvisiace so zadaním). Toto zdôvodnenie môže mať napríklad nasledujúcu podobu: ak $x > y$, tak $0{,}3x > 0{,}3y$, teda $0{,}3x > 4 \cdot 0{,}75y$.

II) *protipríkladu*

Žiak zvolí dve čísla, ktoré budú predstavovať počty obyvateľov v uvedených krajoch, vypočíta príslušný počet percent z každého, pričom takto získané čísla nebudú v pomere 1 : 4.

Pokyny na hodnotenie úlohy 4:

Citát (1):

- za správny a výpočtom aritmetického priemeru zdôvodnený protipríklad (musí v ňom byť uvedených osem čísel, pre ktoré neplatí, že by ich priemer bol väčší než štyri z týchto čísel a menší než zvyšné štyri čísla) **3 body**

  Poznámka 1: ak je aritmetický priemer zrejmý (protipríklad 2), výpočet aritmetického priemeru nepožadujeme.
  Poznámka 2: ak aritmetický priemer nie je zrejmý (protipríklad 1) a chýba jeho výpočet, strhnite 1 bod.

- za uvedenie správneho protipríkladu pre iný počet ako osem čísel **2 body**

  Poznámka 1: ak je aritmetický priemer zrejmý, výpočet aritmetického priemeru nepožadujeme.
  Poznámka 2: ak aritmetický priemer nie je zrejmý a chýba jeho výpočet, strhnite 1 bod.

- ak žiak považuje tento záver za matematicky správny a uvedie ľubovoľné zdôvodnenie **0 bodov**
- ak žiak numerickou chybou z nesprávneho protipríkladu dostane „správny“ protipríklad **0 bodov**

Citát (2):

- za odpoveď 1), 2) alebo 3) **1 bod**

  Poznámka: ak žiak uvedie odpoveď „novinárov záver je matematicky nesprávny, lebo počet obyvateľov v prešovskom kraji je nižší ako počet obyvateľov v bratislavskom kraji“, nezíska tento bod, ale jeho ďalšie riešenie sa hodnotí tak, ako keby uviedol odpoveď 2).

I)
- ak žiakovo zdôvodnenie obsahuje len argumenty z Ia) **1 bod**
- ak toto zdôvodnenie obsahuje argumenty z Ib) **2 body**

II)
- za uvedenie správneho protipríkladu **2 body**

  z toho
  ➴ za výpočet príslušného počtu percent **1 bod**

Úloha 5a (forma A) – 9 bodov

Riešenie:

I) Označme počet výletníkov na lodi x, kde $x > 600$. Majiteľ lode každému z nich vráti sumu $V = 15.(x - 600)$ korún.
Suma, ktorú majiteľ vyberie od výletníkov, je $S = x.[15\,020 - 15.(x - 600)] =$
$= -15x^2 + 24\,020x$.
Hodnota x_0, v ktorej suma S ako funkcia reálnej premennej nadobúda maximum, sa dá zistiť viacerými spôsobmi:

- zo vzorca pre vrchol kvadratickej funkcie: $x_0 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{24\,020}{30} = 800\dfrac{2}{3}$,
- úpravou na štvorec: $S = -15\left[\left(x - \dfrac{24\,020}{30}\right)^2 - \left(\dfrac{24\,020}{30}\right)^2\right]$, teda $x_0 = \dfrac{24\,020}{30}$,
- využitím prvej derivácie: $S'(x) = -30x + 24\,020 = 0$, teda $x_0 = \dfrac{24\,020}{30}$.

Hodnota x_0 nie je prirodzené číslo. Keďže x_0 je z intervalu $(800; 801)$, musíme zistiť, pre ktoré z čísel $x_1 = 800$, $x_2 = 801$ nadobúda suma S väčšiu hodnotu. To sa dá určiť:

- odčítaním z grafu: (801 je bližšie k $800\dfrac{2}{3}$ ako 800),
- dosadením: $S(800) = 9\,616\,000$, $S(801) = 9\,616\,005$, $S(801) > S(800)$.

Majiteľ lode môže získať najviac 9 616 005 korún.

Poznámka: Ak za premennú y zvolíme počet výletníkov prevyšujúcich 600, budú mať jednotlivé veličiny z predchádzajúceho riešenia nasledujúcu podobu: $V = 15y$,
$S = (600 + y).(15\,020 - 15y) = -15y^2 + 6\,020y + 9\,012\,000$, $y_0 = 200\dfrac{2}{3}$, $y_1 = 200$, $y_2 = 201$.

II) Suma, ktorú majiteľ vyberie od výletníkov, je $S = x \cdot [15020 - 15(x - 600)] =$ $-15x^2 + 24\,020x$.

S je kvadratická funkcia so záporným koeficientom pri kvadratickom člene, preto nadobúda globálne maximum v jedinom bode x_0, pričom na intervale $(600, x_0)$ je funkcia S rastúca a na intervale $(x_0, 1200]$ klesajúca. Ak teda hľadáme prirodzené číslo n_0 medzi 600 a 1200, v ktorom S nadobúda najväčšiu hodnotu na množine $\{601, 602, \ldots, 1200\}$, stačí hľadať n_0 s vlastnosťou $S(n_0 - 1) \le S(n_0)$, $S(n_0) \ge S(n_0 + 1)$ (pritom uvedené 2 nerovnosti nemôžu byť súčasne obidve neostré).
Pretože $S(800) < S(801)$ a $S(801) > S(802)$, je hľadaných číslom n_0 = 801, pritom $S(801) = 9\,616\,005$.

Majiteľ lode môže získať najviac 9 616 005 korún.

Pokyny na hodnotenie úlohy 5a:

I) • za správne vyjadrenie sumy *S* **3 body**

z toho

↳ za určenie sumy *V*, ktorú majiteľ vráti každému z výletníkov **1 bod**

• za správne vyjadrenie hodnoty x_0, v ktorej funkcia *S* nadobúda maximum (t.j. $800\frac{2}{3}$) **3 body**

• za správne určenie hodnoty hľadaného maxima sumy *S* s odpoveďou **3 body**

pritom

↳ ak žiak dosadením obidvoch hodnôt x_1 a x_2 alebo odčítaním z grafu rozhodne, pre ktoré z čísel x_1, x_2 suma *S* nadobudne väčšiu hodnotu a určí správnu hodnotu *S*, prideľte **3 body**, z toho za výpočet správnej hodnoty *S* prideľte **1 bod**.

↳ ak žiak rozhodne (bez dostatočnej argumentácie), že suma *S* nadobudne najväčšiu hodnotu pre $x_1 = 800$, resp. pre $x_2 = 801$, prideľte **1 bod**.

↳ ak žiak určí, že suma *S* nadobudne najväčšiu hodnotu pre $x_0 = 800\frac{2}{3}$, prideľte **0 bodov**.

II) •za správne vyjadrenie sumy *S* **3 body**

Poznámka: ak žiak nevyjadrí predpis pre *S*, ale aspoň pre 1 hodnotu $x \in (600, 1200]$ správne vypočíta hodnotu $S(x)$, prideľte **1 bod**

• za korektné zdôvodnenie postupu hľadania hodnoty n_0 **3 body**

Poznámka: za dostatočné zdôvodnenie pokladáme aj náčrt grafu funkcie *S*, ak je z neho zrejmé, že tento graf je parabola

• za správne určenie hodnoty n_0 a výpočet $S(n_0)$ **3 body**

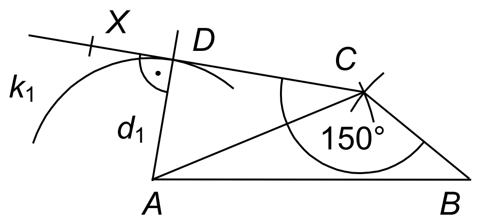
z toho za výpočet $S(n_0)$ **1 bod**

Poznámka: ak žiak vypočíta najviac 2 z hodnôt $S(800)$, $S(801)$, $S(802)$, prideľte **0 bodov**

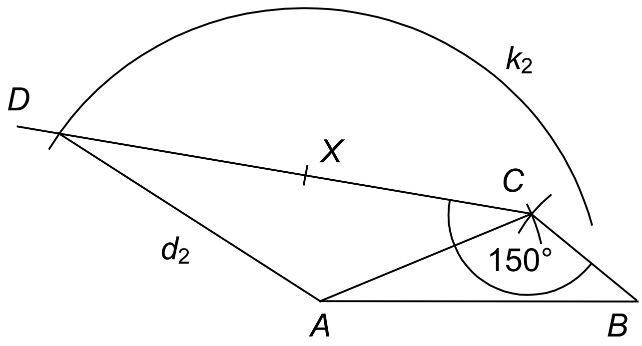
Úloha 5b (forma A) – 9 bodov

Riešenie:

Náčrt:



Obr. 1



Obr. 2

Úloha má jedno riešenie, ak má kružnica k s vnútrom polpriamky CX spoločný práve jeden bod. Musíme uvažovať dva prípady:

I) polpriamka CX je dotyčnicou kružnice k_1 a bod dotyku leží vnútri polpriamky CX, tzn. $\angle ACX$ je ostrý (obr.1).

V trojuholníku ABC podľa kosínusovej vety platí

$$\cos \angle ACB = \frac{|AC|^2 + |BC|^2 - |AB|^2}{2|AC||BC|} = \frac{25+9-49}{30} = -0{,}5 \text{, teda } |\angle ACB| = 120^\circ \text{,}$$

$|\angle ACD| = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$. V pravouhlom trojuholníku ACD platí

$$d_1 = |AC| . \sin(\angle ACD) = 5 . \frac{1}{2} = 2{,}5 \text{.}$$

II) polomer d_2 kružnice k_2 nie je menší ako dĺžka úsečky AC, teda $d_2 \geq 5$ (obr.2).

Zatajená hodnota *d* môže byť buď $d_1 = 2{,}5$ **alebo** $d_2 \geq 5$**.**

Pokyny na hodnotenie úlohy 5b:

I)

- za zdôvodnenie (stačí náčrtom) **2 body**
- za určenie veľkosti uhla *ACB* **2 body**

  z toho

  ↳ len za zápis kosínusovej vety **1 bod**
- za správne číselné vyjadrenie dĺžky d_1 **2 body**

  z toho

  ↳ len za zápis vzťahu pre sínus v pravouhlom trojuholníku **1 bod**

II)

- za zdôvodnenie (stačí náčrtom) **1 bod**
- za správne číselné vyjadrenie dĺžky d_2 **2 body**

  Poznámka: za uvedenie $d_2 > 5$ prideľte len 1 bod.

Všeobecné informácie a pokyny pre hodnotiteľov

(1) V prípade, že žiak uviedol akékoľvek úplne správne riešenie, o ktorom sa pokyny na hodnotenie nezmieňujú, treba mu zaň prideliť plný počet bodov.

(2) Ak sa žiak pri riešení príkladu dopustil numerickej chyby, ktorá podstatne **zmení** ďalší postup riešenia (napr. namiesto kvadratickej rovnice rieši lineárnu alebo naopak), prideľte mu za všetky nasledujúce časti riešenia **0 bodov**.

Ak žiak postupuje pri riešení úlohy logicky správne, ale dopustí sa numerických chýb, ktoré podstatne **nezmenia** ďalší postup riešenia, je za chybu penalizovaný stratou bodov iba raz – v tej časti úlohy, v ktorej sa chyby dopustil. Ak teda s nesprávnym medzivýsledkom počítal v ďalších častiach úlohy správne, prideľte mu za tieto časti plný počet bodov, aj keď výsledky, ktoré dostával, neboli správne (boli však správne z hľadiska žiakovej vstupnej hodnoty).

Body v uvedenom prípade strhnite nasledovne:

- ak sa žiak dopustí **nanajvýš dvoch** numerických (na sebe nezávislých) chýb, ktoré nezmenia podstatne ďalší postup riešenia, **strhnite mu 1 bod**,
- ak sa dopustil **viac ako dvoch** takýchto chýb, **strhnite mu 2 body**.

(3) Ak je riešenie úlohy neprehľadné, nie je v ňom jasný systém, logická nadväznosť krokov **strhnite z celkového hodnotenia úlohy 1 bod.**

(4) Za chybný medzivýsledok alebo výsledok, ktorý je v rozpore s realitou a riešiteľ si to nevšimol, **strhnite z celkového hodnotenia úlohy 1 bod.**